

# 逢甲大學學生報告 ePaper

報告題名：

數位相移干涉術

Digital phase-shifting interferometry

作者：楊柏軒

系級：光電學系碩士班一年級

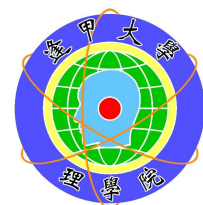
學號：M9900326

開課老師：劉榮平、潘定中 老師

課程名稱：數位全像術

開課系所：光電學系碩士班二年級

開課學年：九十九學年度 第二學期



## 中文摘要

本實驗為探討數位相移干涉術，其架構為 Mach-Zehnder 干涉儀。藉由在參考臂添加設計好的相位，我們可由物體的干涉訊號，經過一些訊號處理，解調出樣品應有的輪廓資訊。因此如何穩定地提供相位變化，就會影響解調出的結果。而本實驗以較簡單的方法來添加相位：旋轉載波片。當我們旋轉載波片時，光所經過的光程會有所改變，進而達到相移結果。但載波片內部勻稱性及表面灰塵，對相移穩定性影響很大，以實驗結果來看，相近的條件之下，每回的相移量皆有所誤差，因此我們一回拍攝 50 張干涉條紋，在重多數據中尋找想要的相移角度，以此得到較好的解調結果。



**關鍵字：**干涉術、相移、解調

### Abstract

In our experiment, phase shifting is achieved by rotating a slide. We discuss digital phase-shifting interferometer with experimental demonstration. The experiment setup is a Mach-Zehnder interferometer. By shifting the phase of the reference light twice, we can get three interferograms and demodulating the profile of object.

**Keyword** : demodulate 、 digital 、 interferometry 、 phase-shifting



## 目錄

中文摘要.....	1
ABSTRACT.....	2
第一章：前言 .....	5
第二章：研究原理 .....	5
第一節：干涉訊號分析.....	5
第二節：頻譜面分析.....	6
第三章：實驗流程 .....	7
第一節：實驗架構.....	7
第二節：儀器控制.....	8
第三節：實驗數據.....	9
第四節：三步相移解調.....	10
第五節：物體測試.....	11
第四章：結果與討論 .....	12
參考文獻.....	12



## 圖目錄

圖一、MACH-ZEHNDER 干涉儀.....	5
圖二、物空間下的干涉條紋.....	6
圖三、圖二之紅線截面圖.....	6
圖四、圖二所示干涉條紋之頻譜.....	6
圖五、於圖四 $Y=601$ 處觀察光強分佈.....	7
圖六、實驗架構.....	8
圖七、使用 LABVIEW 控制 CCD 拍攝干涉條紋.....	8
圖八、使用疊圖軟體觀看相移趨勢.....	9
圖九、旋轉台在 $0.76^\circ$ 、 $0.78^\circ$ 、 $0.8^\circ$ 所拍攝之等相移干涉條紋.....	9
圖十、圖九轉到頻譜面且取 LOG 頻譜分佈.....	10
圖十一、觀察圖十正中央的頻譜分佈.....	10
圖十二、三步相移後物空間圖形.....	11
圖十三、三步相移後頻譜面.....	11
圖十四、三張物體干涉訊號.....	11
圖十五、圖十四之頻譜面.....	11
圖十六、物體解調後訊號.....	12
圖十七、物體解調後頻譜.....	12
圖十八、物體原始樣貌.....	12

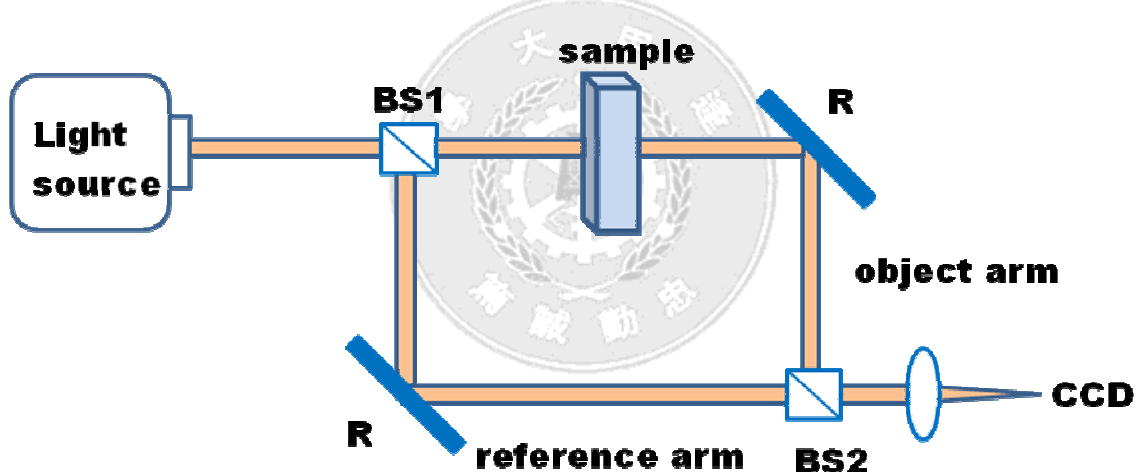
## 第一章：前言

相移干涉術及全像術在紀錄物體資訊上，為一種很好用的工具。在本實驗中，我們將利用旋轉平台，等角度地旋轉載波片，以在參考臂添加相移，進而拍攝我們所需之干涉條紋。但旋轉平台非線性變化，因此像移誤差將列入我們實驗的考量中，最後我們將利用三步相移法來解調干涉波包，解出物體之資訊。

## 第二章：研究原理

### 第一節：干涉訊號分析

本實驗的光路為 Mach-Zehnder 架構，如圖一所示。光源經過分光鏡(beam splitter, BS)後，分成物光與參考光，其中物光所走的光路我們稱為物臂(object arm)，因待測樣品會放在此光路上；而參考光所走的光路稱為參考臂(reference arm)，最後物光與參考光會在 BS2 處重和進行干涉，並利用 CCD 紀錄干涉訊號。



圖一、Mach-Zehnder 干涉儀

一般干涉訊號我們可以表示成以下式子：

$$I = I_{DC} + I_{AC} \cos(\varphi) \quad (1)$$

其中  $I_{DC}$  為直流分量，無樣品的相位資訊， $I_{AC}$  為交流項振幅， $\varphi$  為樣品的相位資訊。而我們使用 CCD 所拍攝到的干涉訊號包含了  $I_{DC}$ 、 $I_{AC}$  及  $\varphi$ ，其中我們不想要  $I_{DC}$  此項，因此我們提出相移干涉術，在每張的干涉條紋中，又多添加額外的相位，並經過數學運算，求出樣品的相位資訊。

在此我們所使用的數學技巧為三步相移法，當我們要拍攝干涉條紋時，會先旋轉載波片，添加額外的相位，因此干涉訊號可以如下表示：

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{DC} + I_{AC} \cos(\varphi - \alpha) \\ I_2 &= I_{DC} + I_{AC} \cos(\varphi) \\ I_3 &= I_{DC} + I_{AC} \cos(\varphi + \alpha) \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $I_1$ 、 $I_2$  及  $I_2$ 、 $I_3$  之間相位差為  $\alpha$ ，而  $I_1$ 、 $I_3$  可用和角公式展開，如下所示：

$$I_1 = I_{DC} + I_{AC} \{ \cos(\varphi) \cos(\alpha) + \sin(\varphi) \sin(\alpha) \}$$

$$I_3 = I_{DC} + I_{AC} \{ \cos(\varphi) \cos(\alpha) - \sin(\varphi) \sin(\alpha) \}$$

最後我們可以求得  $I_{DC}$ 、 $I_{AC}$  及  $\varphi$  如下：

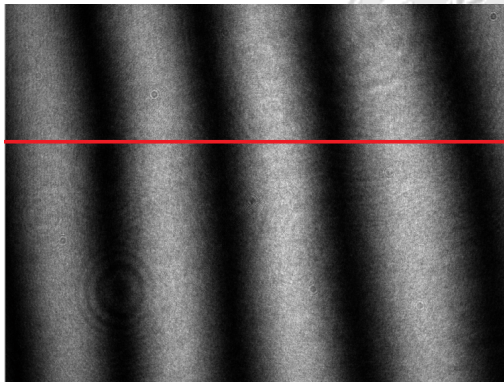
$$I_{DC} = \frac{I_1 + I_3 - 2 \times I_2 \cos(\varphi)}{2 \times [1 - \cos(\varphi)]}$$

$$I_{AC} = \frac{\{ [1 - \cos(\alpha) \times (I_1 - I_3)]^2 + [\sin(\alpha) \times (2I_2 - I_1 - I_3)]^2 \}^{1/2}}{2 \times \cos(\alpha) \times [1 - \cos(\alpha)]} \quad (3)$$

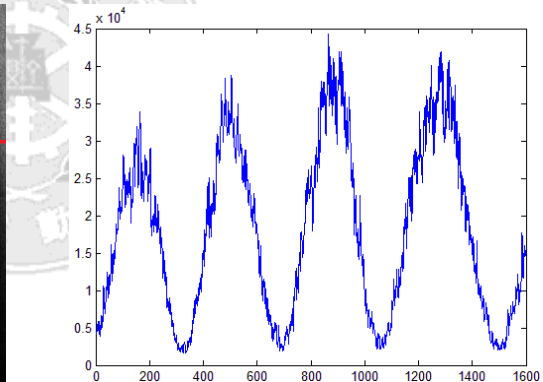
$$\varphi = \tan^{-1} \left\{ \left[ \frac{1 - \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \right] \times \frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_1 - I_3} \right\}$$

## 第二節：頻譜面分析

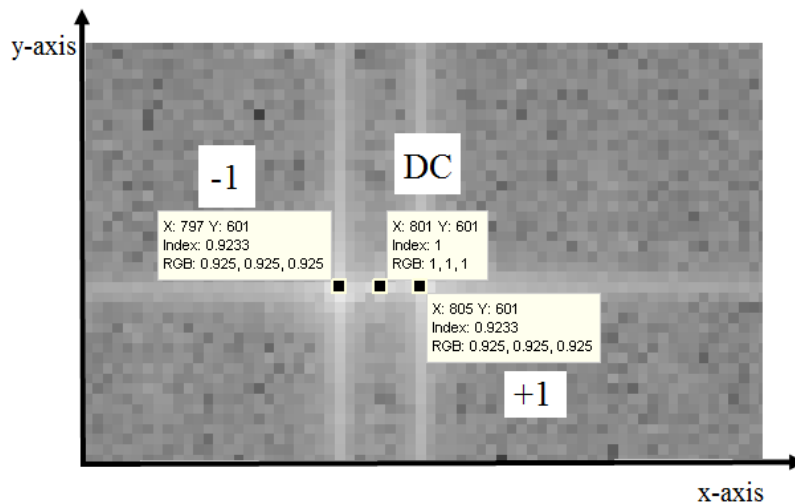
計算相移角度時，若在物空間時(圖二)，我們會先畫一條線觀察(圖三)，當干涉條紋有所相移後，我們觀看同一 pixel 的相位變化，以此推斷相移量，但此法誤差較大，因此我們將把訊號轉到頻譜面上(圖四)，如此干涉條紋就會變成脈衝函數(delta function)，在此之下推斷相位變化將輕易許多，而且計算所得的相移量將更為準確。



圖二、物空間下的干涉條紋



圖三、圖二之紅線截面圖



圖四、圖二所示干涉條紋之頻譜

由 Fourier transform theorems 中的 shift theorem 可知：若  $g(x,y)$  的 Fourier transform  $F\{g(x,y)\}$  為  $G(x,y)$ ，則  $g(x,y)$  在物空間的平移，將在頻譜面帶來一個線性相移，如下所示：

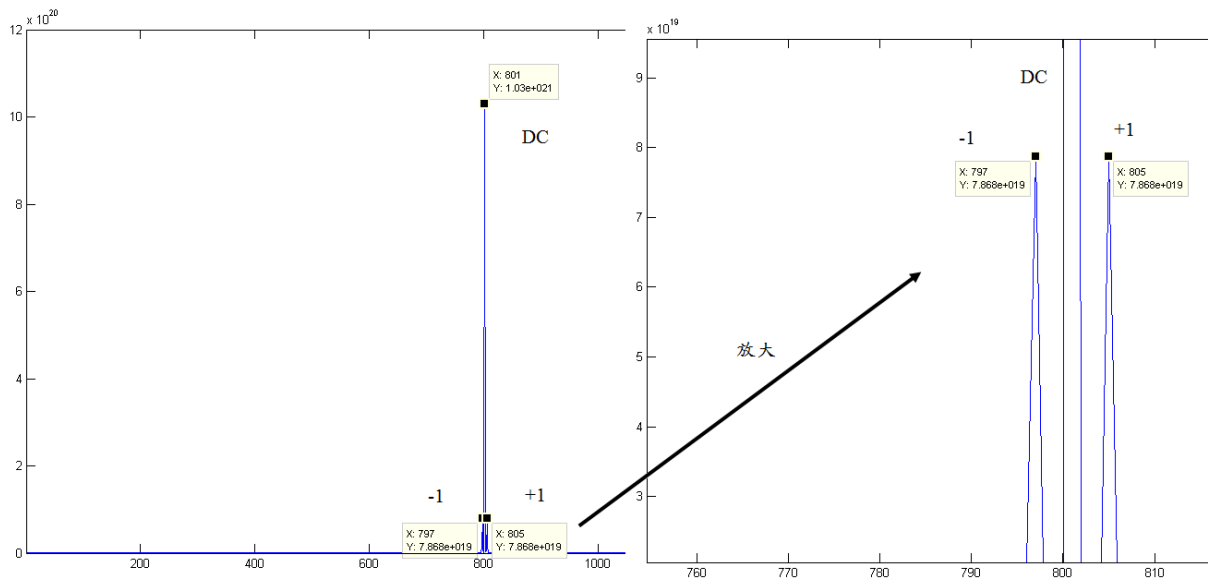
$$F\{g(x-a, y-b)\} = G(x,y)\exp[-i2\pi(f_x a + f_y b)] \quad (4)$$

在(4)式中  $f_x$ 、 $f_y$  分別表示  $x$ 、 $y$  面下的空間頻率。

若我們對(1)式的  $\cos$  項  $\exp$  展開，則可如下所示：

$$I = I_{DC} + I_{AC} \cos(\varphi) = I_{DC} + I_{AC} \frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2} \quad (5)$$

接著對(5)式作 Fourier transform，將得到 3 個脈衝函數，分別為 DC、 $+1(e^{-i\varphi}$  項造成)及  $-1(e^{i\varphi}$  項造成)階。其中 DC 項不包含相位資訊，所以我們選擇  $+1$  或  $-1$  階來計算相移角度。在此我們以計算兩張干涉條紋  $+1$  階的相角差，藉此得知較精準的相移量。



圖五、於圖四  $y=601$  處觀察光強分佈

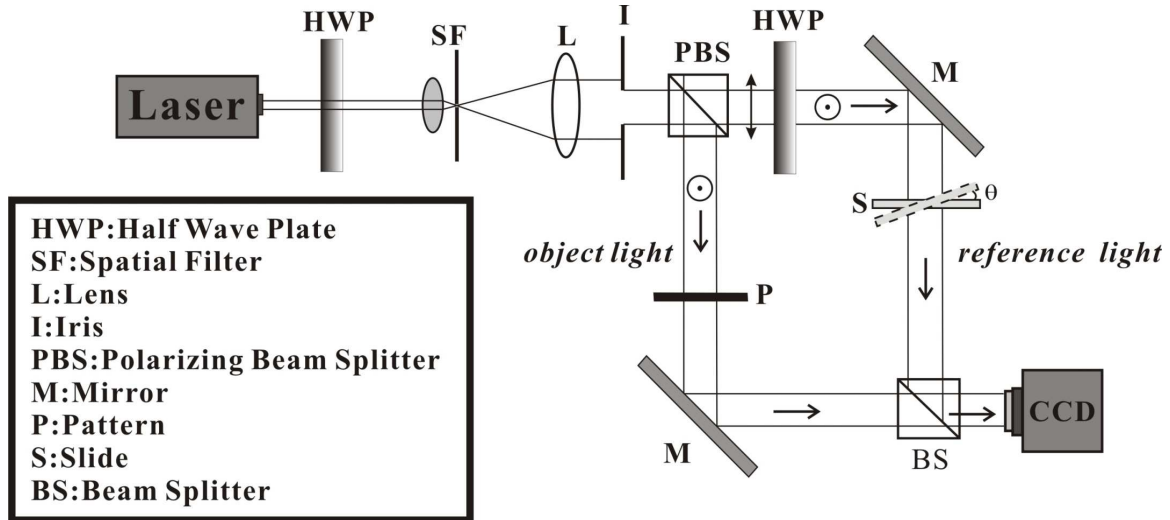
### 第三章：實驗流程

#### 第一節：實驗架構

圖六為本實驗的光路圖，當光源(He-Ne 雷射，波長 632.8nm) 經過半波片(half wave plate, HWP)時，可藉由旋轉半波片，讓物光與參考光的光強接近，進而得到較好干涉條件。接著經過空間濾波器來擴束，並藉此刪除高空間頻率的光，形成一個低頻濾波器。再來光路經過偏振分光鏡 (polarizing beam splitter, PBS)，P 波會穿透，走參考光路，接著會碰到半波片，因而變成 S 波；而另一條反射光為 S 波，走物光路。最後物光與參考光在分光器 (beam splitter, BS) 重和，進行干涉，之後我們利用 CCD 紀錄干涉訊號。



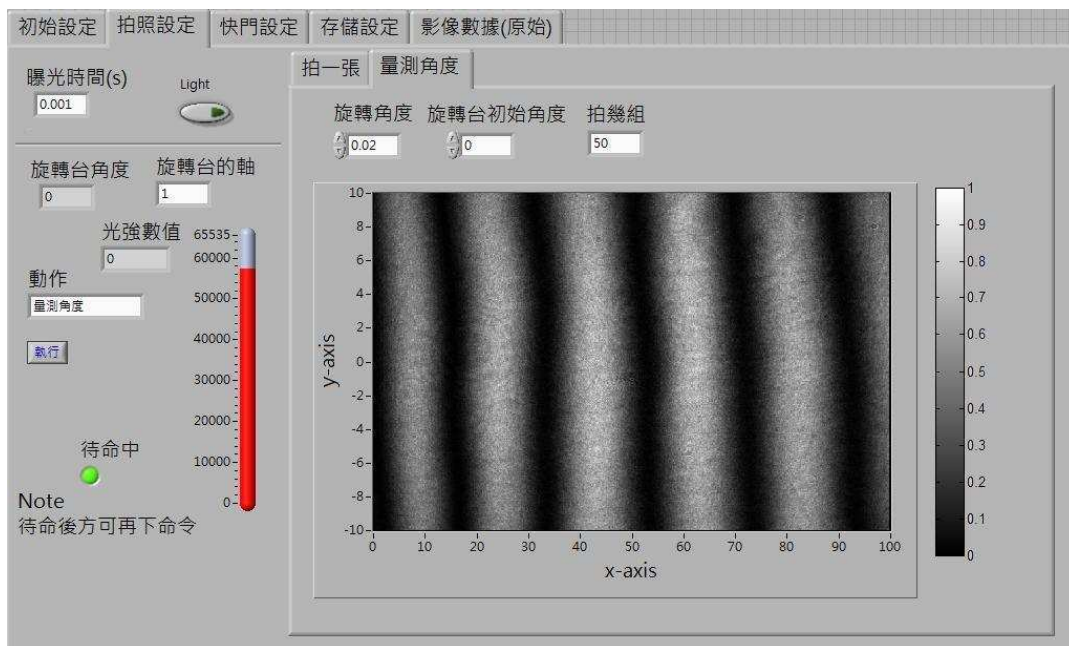
本實驗所使用的相移器（圖六中的 S），為一個放在精密旋轉台上的載波片，藉由旋轉載波片，使兩臂的光程差有微小的變化。但載波片為較不均勻的相移器，因此我們以每回旋轉載波片  $0.02^\circ$ ，並記錄干涉條紋，最後由多筆數據中尋找均勻相移的干涉訊號進行解調工作。



圖六、實驗架構

## 第二節：儀器控制

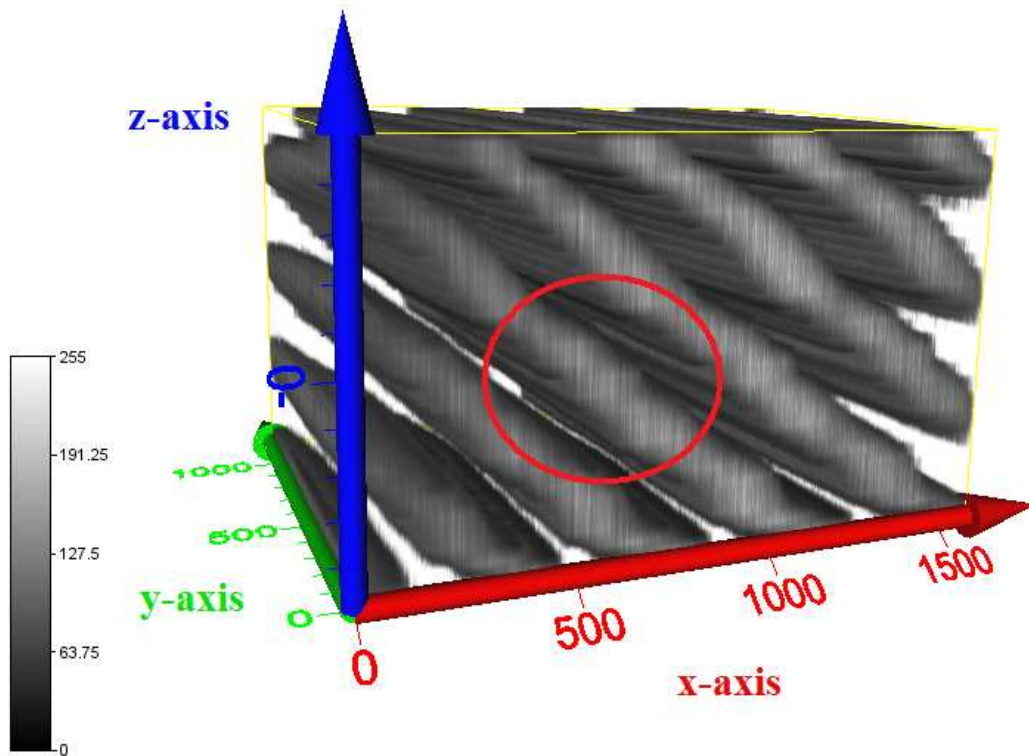
圖七為本實驗所使用的 LabView 控制面版，在開始拍攝前，我們會先測試光強，若最大光強落在 50000~60000 處，則光強適當。接著我們利用 LabView 觀看干涉條紋疏密程度是否剛好，若像圖七所示之情況，則我們可以開始多次拍攝。而我們一回所拍攝的張數為 50 張，每次旋轉載波片的角度為  $0.02^\circ$ ，CCD 每張的曝光時間為 1 毫秒。



圖七、使用 LabView 控制 CCD 拍攝干涉條紋

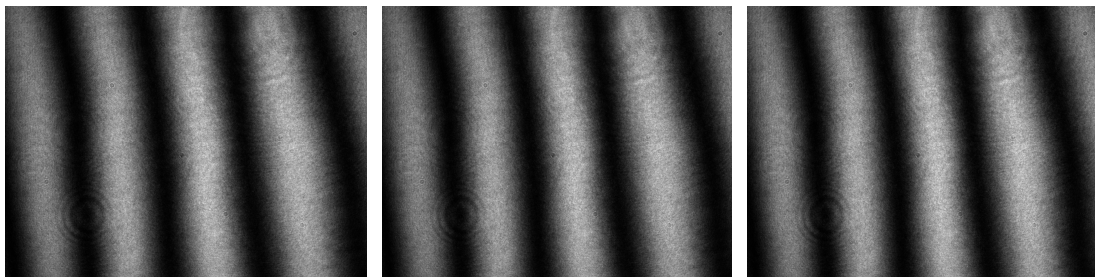
### 第三節：實驗數據

圖八為旋轉台在  $0\sim 0.46^\circ$  時所拍攝的 24 張堆疊的干涉圖片，其中 x、y 軸為干涉條紋的圖片，而 z 軸為堆疊圖片的軸。且由此圖可知，旋轉角度與干涉條紋的相移為非線性關係，因此我們有需要拍多組數據的必要。

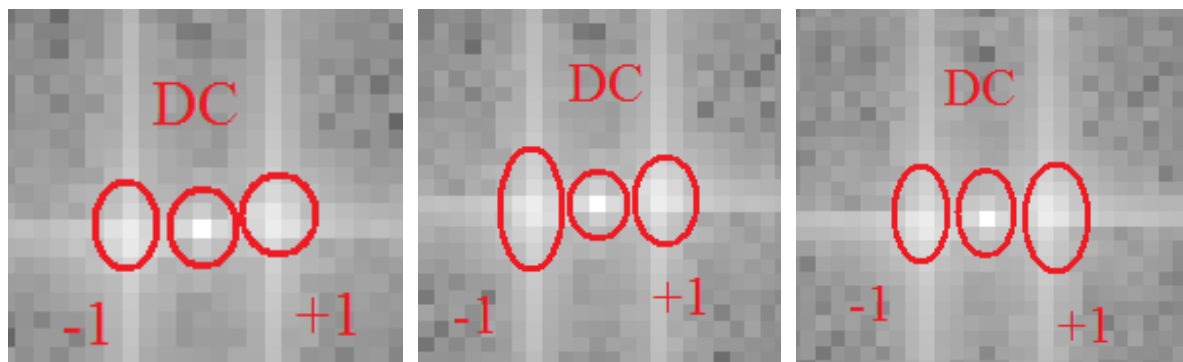


圖八、使用疊圖軟體觀看相移趨勢

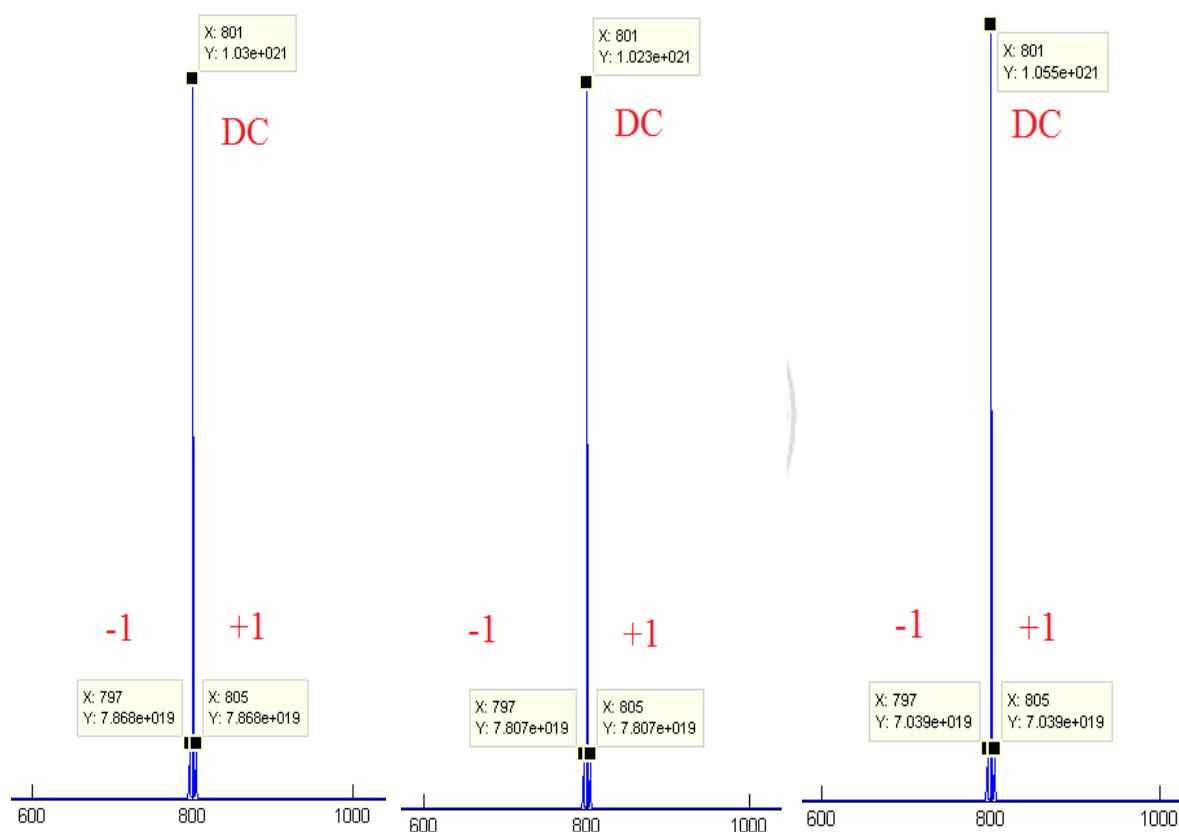
圖九為我們從多組數據中，所找到的均勻相移干涉條紋。為了找出相移角度，我們需轉到頻譜面，並運用 shift theorem 計算相移。當我們利用 Fourier transform 把干涉條紋轉到頻譜面後，因為訊號太小，所以我們取 log，使對比度加大(圖十)，最後我們計算出第一與第二張相位差為  $8.5834^\circ$ 、第二與第三張相位差為  $8.5463^\circ$ 。而圖十一為觀察頻譜面中央處光強分佈，並可確定 DC、+1 及 -1 階光的位子所在。



圖九、旋轉台在  $0.76^\circ$ 、 $0.78^\circ$ 、 $0.8^\circ$  所拍攝之等相移干涉條紋



圖十、圖九轉到頻譜面且取 log 頻譜分佈



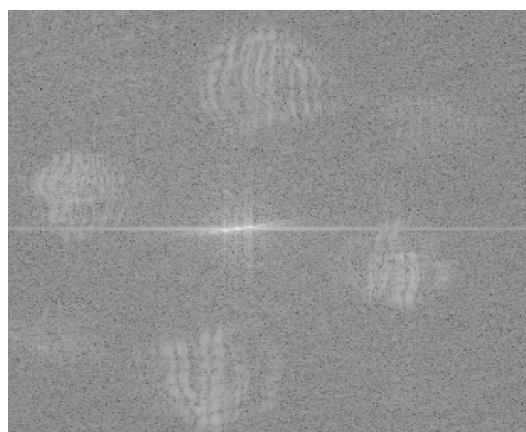
圖十一、觀察圖十正中央的頻譜分佈

#### 第四節：三步相移解調

接著我們運用(3)式，去對圖九的三張等相移的干涉條紋解調，而圖十二為解調後顯示  $I_{AC}e^{i\phi}$  訊號，原本為幾乎全白的圖形，為了較好表示，換成綠色底表示。而其中的黑色小點點為相移小小誤差所造成的。而圖十三為圖十二轉到頻譜面的訊號，其中四個白色的小圓形，應該是光學元件或在波片上的灰塵所造成的。



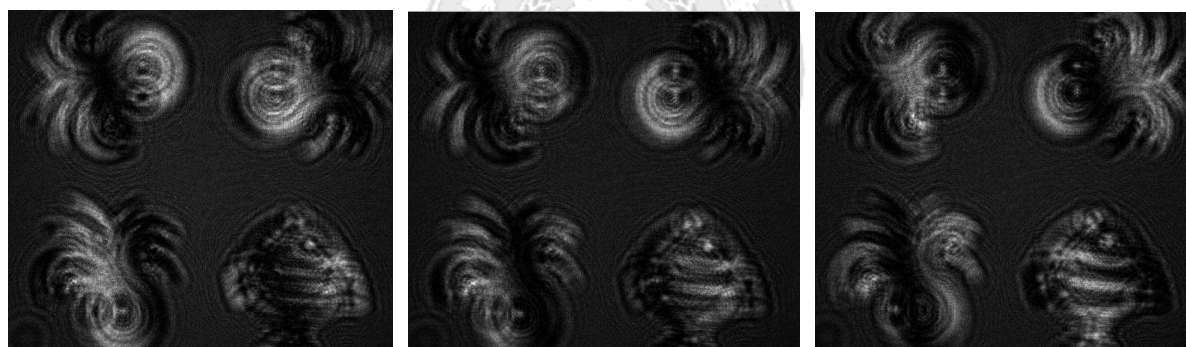
圖十二、三步相移後物空間圖形



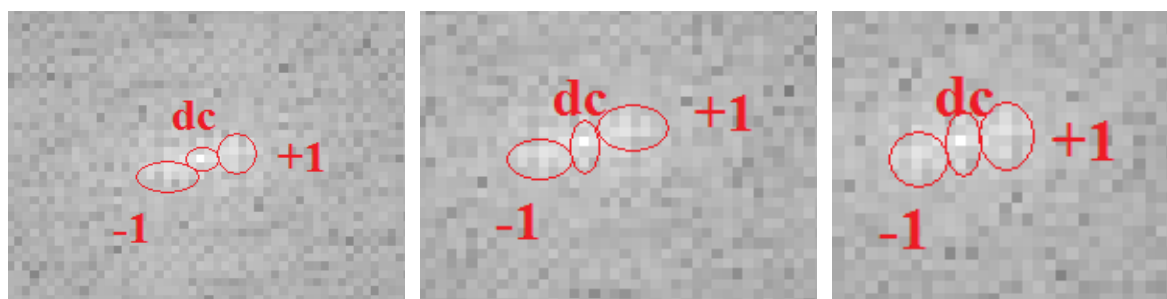
圖十三、三步相移後頻譜面

### 第五節：物體測試

接著我們放入小魚與章魚當物體測試(圖十八)，重複上述步驟，並拍攝出三張干涉訊號(圖十四)。接著我們利用前述方法，帶入式 3 運算，解調後顯示  $I_{AC}e^{i\varphi}$  圖形(圖十六)及其頻譜(圖十七)。由圖十六來看，仍有殘影(twin image)存在，我們推斷可能是每張干涉訊號的  $I_{DC}$  小小不同所致，使殘影沒有完全刪除。

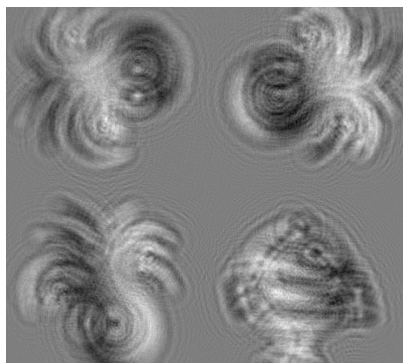


圖十四、三張物體干涉訊號

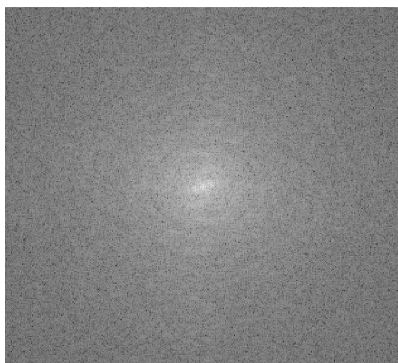


圖十五、圖十四之頻譜面





圖十六、物體解調後訊號



圖十七、物體解調後頻譜



圖十八、物體原始樣貌

#### 第四章：結果與討論

本實驗所使用的相移器為簡易型的，藉由旋轉載波片來引入額外的相位。但以圖八來看，其相移趨勢非穩定的，因此我們需要拍多組數據，來尋找等相移之干涉條紋。由圖十二來看，其解調結果算不錯。接著我們放入物體做測試，解調出的訊號由圖十六來看，大致的輪廓我們已經可以看出來，但殘影仍存在，我們推斷可能有以下兩種原因：其一為干涉訊號的  $I_{DC}$  不同所致，這樣直流項可能無法完美消除；其二為相移計算不夠精確，以圖十五來看，+1 或 -1 階位不明確，我們只能抓個大概，因而導致解調不完全。為了解決以上方法，或許可利用波片(wave plate)當作相移器，這樣每張干涉訊號的相移將變得更佳穩定，我們推斷相移量將有個大約值可作為依據。

#### 參考文獻

- [1] *Optical shop testing*, edited by D Malacara, **2nd Edn** (Wiley, New York) 1992.
- [2] M. Atlan, M. Gross, and E. Absil, “**Accurate phase-shifting digital interferometry,**” *Opt. Lett.* **32**, 1456–1458(2007).