

逢甲大學學生報告 ePaper

報告題名：

三角晶格光子晶體缺陷態之研究

Investigation of the defect state in hexagonal photonic crystals

作者：鄭麗蓮

系級：光電學系四年級

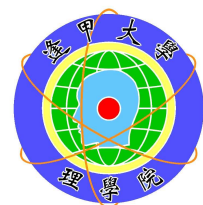
學號：D9636273

開課老師：蔡雅芝

課程名稱：專題研究(二)

開課系所：光電學系

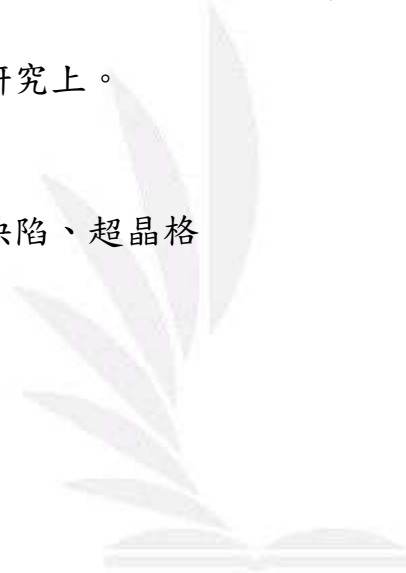
開課學年： 99 學年度 第 1 學期



中文摘要

本研究是利用平面波展開法(plane wave expansion method)以及超晶格(Supercell)的概念，來計算二維光子晶體(photonic crystal)中的缺陷態(defect state)。研究的對象是具有缺陷的三角晶格光子晶體，我們以上述方法計算了光子能帶結構、態密度及場分佈，並探討缺陷態能階與缺陷的半徑及介電係數之關係。這項研究除了有助於分析由缺陷構成的共振腔，未來推廣至包含離面傳遞的計算後，也能應用於空心光子晶體光纖的研究上。

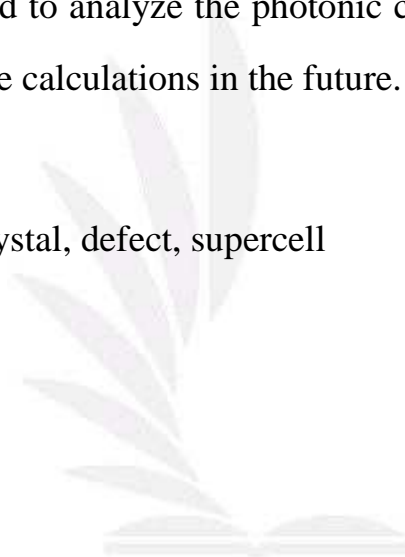
關鍵字：光子晶體、缺陷、超晶格



Abstract

We employed the plane-wave expansion method and the concept of supercell to study the defect state in two dimension photonic crystal of hexagonal lattice. The defect is defined by a different radius or dielectric constant in an otherwise perfect photonic crystal. We calculated the band structures to see how the defect modes evolve with these parameters. The density of states was also worked out to estimate the corresponding Q factor, which can also be perceived in the localized field distribution. These approaches can be easily adapted to systems containing an arbitrary defect. They can be used to analyze the photonic crystal fiber after being extended to the off-plane calculations in the future.

Keywords: photonic crystal, defect, supercell



目次

一、簡介	4
二、光子能帶理論.....	7
三、計算有缺陷之三角晶格.....	10
四、結果分析	14
五、結論	18
參考文獻	20



一、簡介

何謂光子晶體？

「光子晶體」為介電係數呈週期性變化之系統，通常是由兩種以上之介電材料週期性排列所組成，電磁波在系統中被散射後，頻率位於某些波段之電磁波會形成破壞性干涉，而呈指數衰減，無法在系統內傳遞，因而在頻譜上形成和電子的週期性位能井類似的能隙[1]。

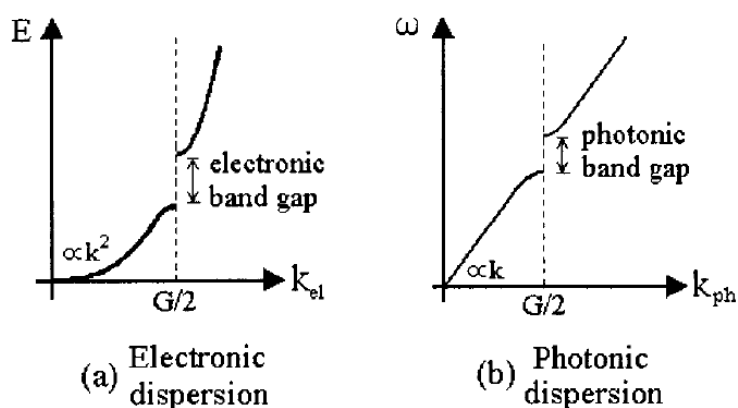


Fig.1 (a)電子的能帶結構與 (b)光子能帶結構圖之示意圖

光子晶體是個新名詞，但事實上，自然界早已存在具光子晶體結構之系統，如礦物中的蛋白石(opal)、海中的海老鼠(seamouse)身上的毛刺，都有六角(hexagonal)晶格的微結構，因而具有部分光子能隙；另外，在日光下色彩亮麗的蝴蝶，翅膀鱗粉也具有光子晶體結構，反射出來的光線隨波長及入射角度改變，呈現繽紛色彩[2]。

在人造系統方面，上世紀在光學上就已經被應用之多層膜介電質結構，就是不折不扣的一維光子晶體，只是科學家一直未以「晶體」

看待之。直到 1989 年 Yablonovitch 以及 Gmitter 首次以鑽孔的 Al_2O_3 塊材製作出微波波段的三維光子晶體結構，證明了光子能帶結構的存在，並探討了光子晶體操控光傳遞的可能性[3]，學術界才大舉投入此方面的研究。

光子晶體之缺陷態

在光子晶體中引入一缺陷，在光子能隙中會出現一較大的態密度(Density of state)，也就是在光子能隙中會出現缺陷態。缺陷態通常有高 Q 值(quality factor)、相當窄的穿透光譜(transmission spectra)，以及有空間侷限性，並且與光的偏振有關，因此可以用作共振器、偏振片、光纖，也可被使用為在任何彎曲下都不會有輻射損耗的光波導[4]，而光子晶體光纖(Photonic crystal fiber, PCF)[5]也可視為有缺陷的橫向二維光子晶體。

我們以光子晶體光纖為參考，將研究的對象設定為介電柱所組成的六角晶格(俗稱三角晶格)系統，將中心的介電柱移除或以其他材料取代而造成缺陷(defect)。我們先研究三角晶格的特性，再應用超晶格的策略來計算其超晶格能帶結構。超晶格是一種使用較大的週期來近似無週期的一種技巧，經常被用來計算含缺陷或有限大小(finite-sized)的光子晶體，如此一來便可以利用此晶格填滿整個空間。

之後在超晶格中引入一個缺陷，改變缺陷的尺寸、形狀或介電係數，觀察能帶結構(缺陷態)的變化，在未來可將得到的結論應用在光子晶體光纖的離面能帶結構計算上。

系統特性及計算方法

計算光子晶體之光子能帶結構，會運用到固態物理中處理電子的週期性位能井的概念，包括倒晶格空間(reciprocal lattice space)、布里淵區(Brillouin zone)、布拉赫函數(Bloch function)與傅立葉轉換(Fourier transform)[6]。

光子晶體按其週期性有一維、二維、三維之分(如 Fig.2[7]所示)，分別代表系統在一個、二個及三個方向上具有週期性，而我們所研究的是二維的光子晶體光纖，因此以討論二維光子晶體為主。

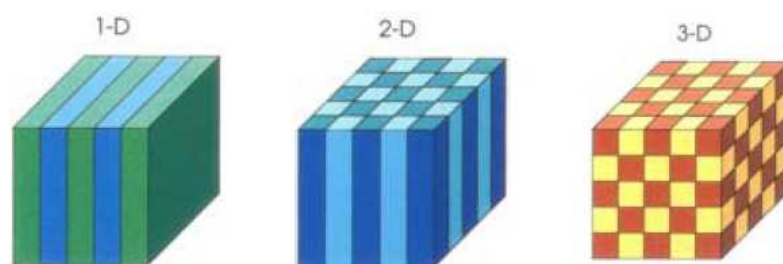


Fig.2 各種維度之光子晶體示意圖；不同顏色代表不同介電材料

光子能帶結構計算方法眾多，比較常見的為平面波展開法(plane wave expansion method, PWE)[8]、傳遞矩陣法(transfer matrix method)[9]，及時域有限差分法(finite difference time domain method,

FDTD)[10]。其中以平面波展開法最容易分析系統的物理意涵，在程式撰寫上也較易上手，所以此研究就以平面波展開法計算、分析二維光子晶體能帶結構[11]。此外，光子晶體的介電分布具平移對稱性和時間反演對稱性…等，這些對稱性可簡化計算，同時也為分析光子能帶結構之重要依據。

二、光子能帶理論

計算電磁波傳遞的問題，我們常使用馬克斯威爾方程式(Maxwell's equations)。在無自由電荷與電流的情況下，MKS 制的馬克斯威爾方程式如下：

$$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{\partial \vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (4)$$

其中 \vec{E} 與 \vec{H} 分別代表電場和磁場， \vec{D} 與 \vec{B} 分別代表電通量和磁通量密度。

大部分的光子晶體屬於非磁性材料，所以可以直接讓磁導率等於真空磁導率(permittivity of free space) μ_0 ，我們以 ϵ_0 代表真空電容率

(permittivity of free space), $\epsilon(\vec{r}, \omega)$ 代表介電函數(dielectric function),

若 $\epsilon(\vec{r}, \omega)$ 隨頻率改變不大, 則磁通量密度與電通量密度可表示為:

$$\vec{B}(\vec{r}, \omega) = \mu_0 \vec{H}(\vec{r}, \omega) \quad (5)$$

$$\vec{D}(\vec{r}, \omega) = \epsilon_0 \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, \omega) \quad (6)$$

把以上式子整理後, 可得到兩條分別只含電場或磁場的主方程式:

$$\frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \nabla \times \{ \nabla \times \vec{E}(\vec{r}) \} = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) \quad (7)$$

$$\nabla \times \left\{ \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}) \right\} = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{H}(\vec{r}) \quad (8)$$

由於光子晶體之介電分佈具有空間週期性, 即:

$$\epsilon(\vec{r} + \vec{T}) = \epsilon(\vec{r}) \quad (9)$$

其中 $\vec{T} = u_1 \vec{a}_1 + u_2 \vec{a}_2 + u_3 \vec{a}_3$ 稱為平移向量, \vec{a}_i 稱為基本晶格向量, u_i 為任

意整數, 相對介電函數的倒數亦為週期函數, 即:

$$\frac{1}{\epsilon(\vec{r} + \vec{T})} = \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \quad (10)$$

為了以向量平面波展開法計算光子能帶結構, 我們將 $1/\epsilon(\vec{r})$ 作傅立葉

展開:

$$\frac{1}{\epsilon(\vec{r})} = \sum_{\vec{G}} \kappa(\vec{G}) \exp(i\vec{G} \cdot \vec{r}) \quad (11)$$

其中 $\vec{G} = v_1 \vec{b}_1 + v_2 \vec{b}_2 + v_3 \vec{b}_3$ 稱為倒晶格向量, \vec{b}_i 則稱為基本倒晶格向量,

\vec{a} 、 \vec{b} 之間需滿足:

$$\vec{b}_i = 2\pi \frac{\vec{a}_j \times \vec{a}_k}{\vec{a}_i \cdot \vec{a}_j \times \vec{a}_k} \quad (12)$$

$\kappa(\vec{G})$ 可利用傅立葉的逆轉換得到：

$$\kappa(\vec{G}) = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \exp(-i\vec{G} \cdot \vec{r}) d\vec{r} \quad (13)$$

V_0 代表單位晶格之體積。 $\kappa(\vec{G})$ 取決於介電函數之分佈及倒晶格向量之大小，和晶格的結構有很大之關聯性，因此稱為結構係數(structure factor)。

由於電磁波會被光子晶體中呈週期性變化介電係數散射，可利用布拉赫原理(Bloch Theorem)將電場與磁場寫成：

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \vec{E}(\vec{G}) \exp[i(\vec{k} + \vec{G})\vec{r}] \quad (14)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \vec{H}(\vec{G}) \exp[i(\vec{k} + \vec{G})\vec{r}] \quad (15)$$

將(11)、(14)、(15)式代入(7)、(8)式中加以整理，可得：

$$-\sum_{\vec{G}'} \kappa(\vec{G} - \vec{G}') (\vec{k} + \vec{G}') \times \{(\vec{k} + \vec{G}') \times \vec{E}_{\vec{k}n}(\vec{G}')\} = \frac{\omega_{kn}^2}{c^2} \vec{E}_{\vec{k}n}(\vec{G}) \quad (16)$$

$$-\sum_{\vec{G}'} \kappa(\vec{G} - \vec{G}') (\vec{k} + \vec{G}') \times \{(\vec{k} + \vec{G}') \times \vec{H}_{\vec{k}n}(\vec{G}')\} = \frac{\omega_{kn}^2}{c^2} \vec{H}_{\vec{k}n}(\vec{G}) \quad (17)$$

其中 \vec{k} 是第一布里淵區(first Brillouin zone)的波向量、 n 是能帶數(band index)。(14)、(15)式為等價的(equivalent)本徵方程式， ω_{kn}^2 / c^2 則為共同的本徵值。

二維光子晶體就是其介電函數在兩個維度上具週期性，而剩下的一個維度上為定值。若我們將電磁波之傳遞侷限於 xy 平面上，由於 $\epsilon(\vec{r})$ 與 z 無關，則 $\vec{E}(\vec{r})$ 與 $\vec{H}(\vec{r})$ 亦不隨 z 軸座標值改變，可將兩者表示

為 $\bar{E}_z(\bar{r})$ 和 $\bar{H}_z(\bar{r})$ 。

將(3)、(4)式電磁場三個方向分量，利用(5)、(6)式的變數分離，可得到以下式子：

$$-\frac{1}{\varepsilon(\bar{r}_z)} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_z(\bar{r}_z) = \frac{\omega^2}{c^2} E_z(\bar{r}_z) \quad (18)$$

$$-\frac{1}{\varepsilon(\bar{r}_z)} \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\varepsilon(\bar{r}_z)} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\varepsilon(\bar{r}_z)} \frac{\partial}{\partial y} \right) H_z(\bar{r}_z) = \frac{\omega^2}{c^2} H_z(\bar{r}_z) \quad (19)$$

我們將作傅立葉展開，再將電場、磁場以平面波展開，則可將(18)、(19)式分別化為：

$$\sum_{\bar{G}'} \kappa(\bar{G}_z - \bar{G}'_z) |\bar{k}_z + \bar{G}'_z|^2 \bar{E}_z(\bar{G}'_z) = \frac{\omega^2}{c^2} \bar{E}_z(\bar{G}) \quad (20)$$

$$\sum_{\bar{G}'} \kappa(\bar{G}_z - \bar{G}'_z) (\bar{k}_z + \bar{G}_z) \cdot (\bar{k}_z + \bar{G}'_z) \bar{H}_z(\bar{G}'_z) = \frac{\omega^2}{c^2} \bar{E}_z(\bar{G}) \quad (21)$$

其中 \bar{k}_z 和 \bar{G}_z 代表它們皆為在 xy 平面上的向量。由上列二式，沿著不可約化布里淵區的邊界改變不同之 \bar{k}_z 值，計算出對應的色散關係，就可得到完整的能帶結構[11]。

三、計算有缺陷之三角晶格

我們研究的系統是由二維介電圓柱排列成三角晶格，每若干根圓柱為一組，中央含有一缺陷，形成三角晶格，亦即一個單位晶胞中含有多根介電圓柱。假定一般圓柱半徑為 r_a ，中央缺陷圓柱半徑為 r_d (其

中缺陷也可為方柱或其他不規則狀之介電柱)，圓柱的介電係數皆為 ϵ_a ，背景介電係數為 ϵ_b ，中央缺陷圓柱的介電係數為 ϵ_d ， Λ 為介電柱間距，單位晶格常數(lattice constant)為 a 。如 Fig.3 所示。

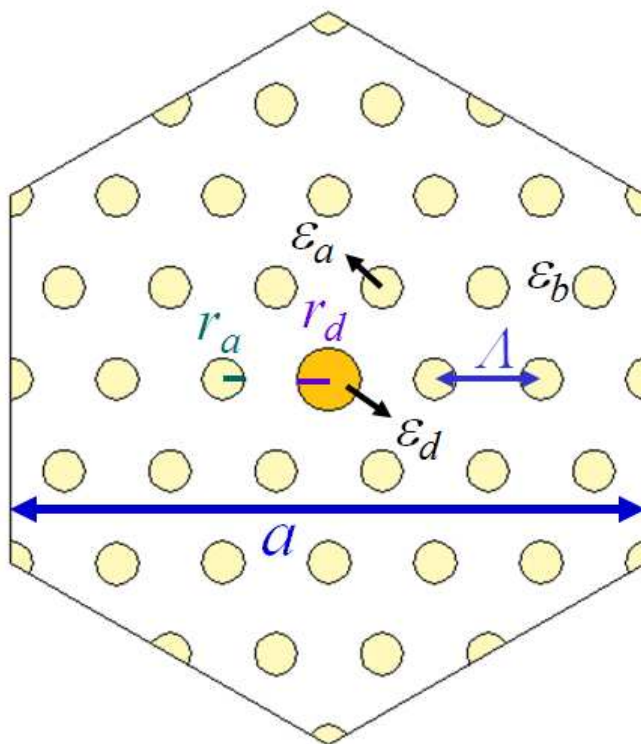


Fig.3 內含三角晶格排列介電圓柱之正六角形超晶格，一個單位晶胞中有 36 根介電柱，藉由改變晶格中央的一根圓柱之半徑或是介電係數來造成缺陷。

Fig.4(a)是圓柱呈正六角型排列的超晶格，其基本晶格向量

$$\vec{a}_1 = (a, 0), \quad \vec{a}_2 = \left(\frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}a\right) \quad (22)$$

所對應的倒晶格向量為：

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a} \left(1, \frac{-1}{\sqrt{3}}\right), \quad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a} \left(0, \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \quad (23)$$

第一階布里淵區如 Fig.4(b)所示，而不可簡化布里淵區為 ΓMK 所圍成的三角形區域[12]。

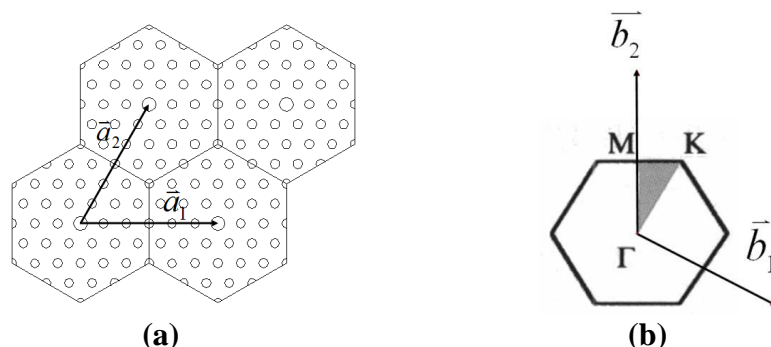


Fig.4(a)由呈三角晶格排列的介電圓柱與中央缺陷所組成的超晶格光子晶體。(b)第一階布里淵區，由 ΓMK 圍成的三角形為不可約化布里淵區 [13]。

由於超晶格中含非常多根介電圓柱，而且還要引入缺陷，相較於簡單的三角晶格來得複雜很多，因此我們捨棄解析法而以數值方法計算結構系數 $\kappa(\vec{G}_{//})$ 。作法上我們是將積分範圍(即單位晶格)細分成許多格點，判斷格點所在位置，求出其對應之介電係數倒數，乘上指數項再進行累加。

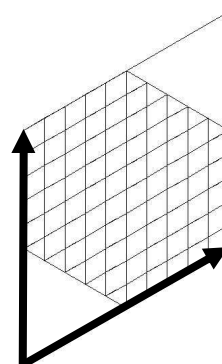


Fig.5 由菱形格點所圍成的菱形晶格，截掉右上與左下兩個三角形，成為正六角晶格。

為了計算超晶格的能帶結構，我們首先要判斷系統介電值的分佈。我們將格點設為往兩個向量而切的菱形，組成一個菱形晶格，再截掉多餘的部分，成為一個正六角形的晶格如 Fig.5。為了避免計算時間過長，並達到精確的計算，我們將 Fig.5 所切的每一個菱形格子，再細分成 10×10 等份，計算出該格點內的平均介電值，我們稱為灰階切法，此法可以折衷判斷位於高低介電值邊界上的介電值高低，而非絕對的高低介電值，因此可以減少所需格點數，計算量跟著減少，也

使介電值之分佈更加準確，達到縮短計算時間但又能維持高精確的目的。

為了加快計算速度，我們使用 fast method [14]，將所計算出來的介電質分佈 $\epsilon(\vec{r})$ 存成矩陣，將其帶入(13)式中

$$\eta(\vec{G}) = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \epsilon(\vec{r}) \exp(-i\vec{G} \cdot \vec{r}) d\vec{r} \quad (24)$$

再對新的結構系數矩陣 $\eta(\vec{G})$ 取其反矩陣

$$\eta^{-1}(\vec{G}) = \kappa(\vec{G}) \quad (25)$$

得到結構系數 $\kappa(\vec{G})$ ，代入式子(20)、(21)即可得到本徵方程式，計算出能帶結構，再進一步計算態密度以及場分佈[12]。

光子態密度 ρ (density of photon states, DOS) 即為單位頻率下所存在的光子態數目，數學上它一般可表示為[15]

$$\rho = \sum_{1BZ} \delta(\omega - \omega(\vec{k})) \quad (26)$$

因此由公式(24)，我們計算光子態密度的方式為：對第一布理淵區內的布拉赫波向量均勻取樣，再以平面波展開法求出每個波向量所對應的本徵模態，然後統計模態數目對能量之分佈。

四、結果分析

為了追求計算量少而不失精準度，我們在選擇所切格點數以及平面波數時必須取得折衷。空間所切格點數以 187750 為準，當所切格點數為 30100，誤差已接近 0.054%，而平面波數目以 1687 為準，平面波數為 967 時，誤差已接近 0.29%，收斂至可接受的範圍，所以在以下的計算以這些值做為計算基準。

Fig.6(a)是以上述空間格點數及平面波數計算得到的能帶結構圖，由於磁場偏極在此參數下的能帶結構並沒有夠大的能隙以觀察缺陷態，因此在此報告中只提及電場偏極的情況。我們由此圖可觀察到電場偏極化在頻率 1.590~2.623 之間有一個能隙。Fig.6(b)是加入一個缺陷後所得到的結果，在能隙中出現了一個缺陷態。由於晶格常數與倒晶格常數的乘積為一定值，在這裡的超晶格之晶格常數為介電柱間距的 6 倍，布里淵區與介電圓柱半徑會變為 1/6，色散曲線折返很快，因此能隙與缺陷態的位置會在單位三角晶格之能隙 6 倍高的地方。

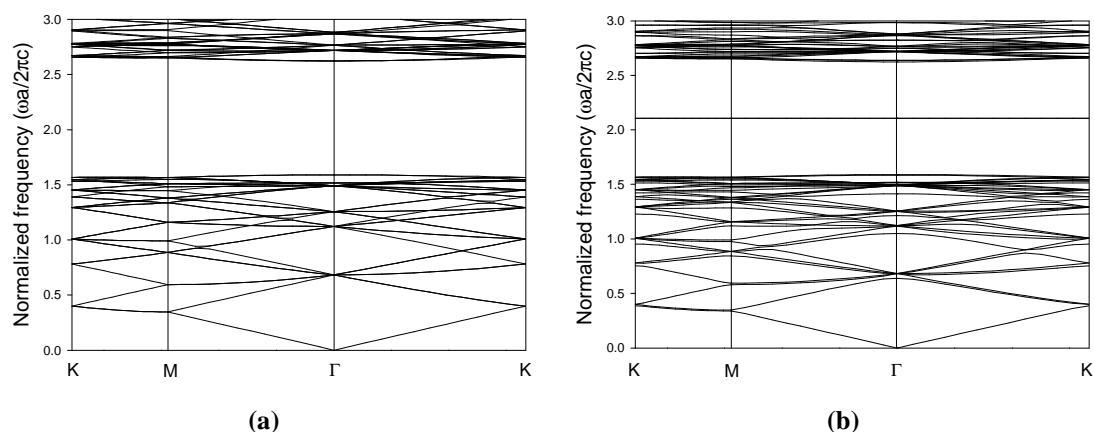


Fig.6 (a)為無缺陷之超晶格所計算出的電場偏極能帶結構圖： $r_a = 0.2 \lambda$ ， $\epsilon_a = 13$ ， $\epsilon_b = 1$ 。(b)為在超晶格的中央引入一個缺陷的結果。缺陷圓柱的半徑為 $r_d = 0.3 \lambda$ ，在能隙中出現一個缺陷態。

我們將缺陷的半徑由 $r_d = 0$ 逐漸改變至 $r_d = 0.5 \lambda$ ，並記錄下各個尺寸缺陷的缺陷態歸一化頻率位置，對缺陷圓柱半徑作圖，得到Fig.7。此結果與參考文獻[4]互相比較，由於能帶結構計算方法不同而有些微誤差，但變化的趨勢非常相近。從結果可知，缺陷態的位置會隨著缺陷圓柱半徑的大小而改變。而 r_d 到達約 0.38λ 以上，會出現不只一個的缺陷態。因此可以得知，藉由改變缺陷的尺寸，可以控制電磁波所能傳播的頻率。

接著我們再藉由改變缺陷的介電係數來觀察缺陷態歸一化頻率的變化，由 $\epsilon_b = 1$ 改變至 $\epsilon_b = 20$ ，也可看出缺陷態會隨著缺陷之介電係數而變，如Fig.8所示。從Fig.7與Fig.8可看出缺陷態可分成靠近下方能帶的施子型(donor-type)及靠近上方能帶的受子型(acceptor-type)，類似半導體摻雜的情形。

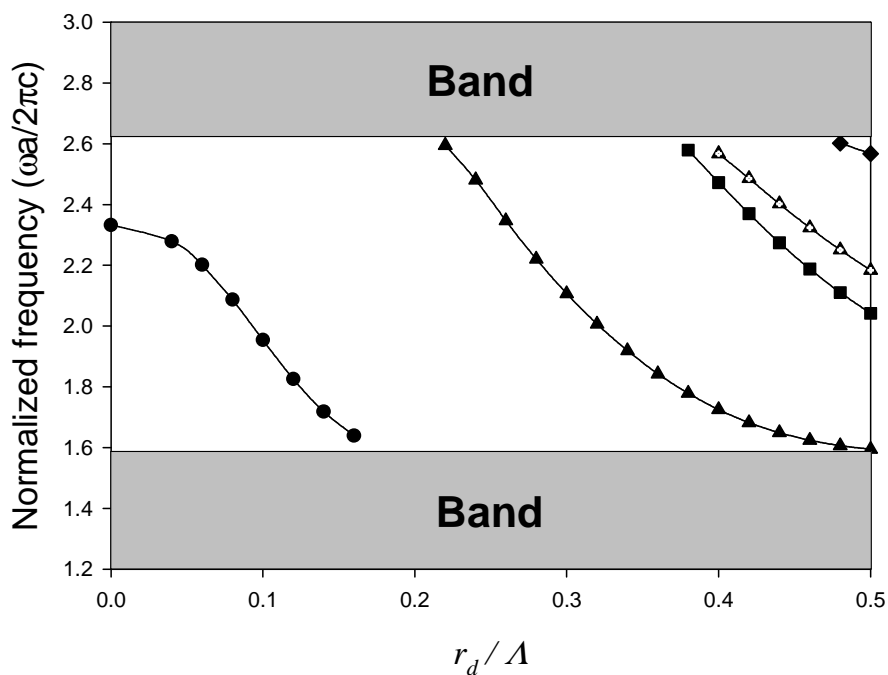


Fig.7 缺陷態頻率隨缺陷圓柱半徑 r_d 的變化。橫軸為缺陷半徑的變化，縱軸為歸一化頻率，水平線為能帶邊緣。

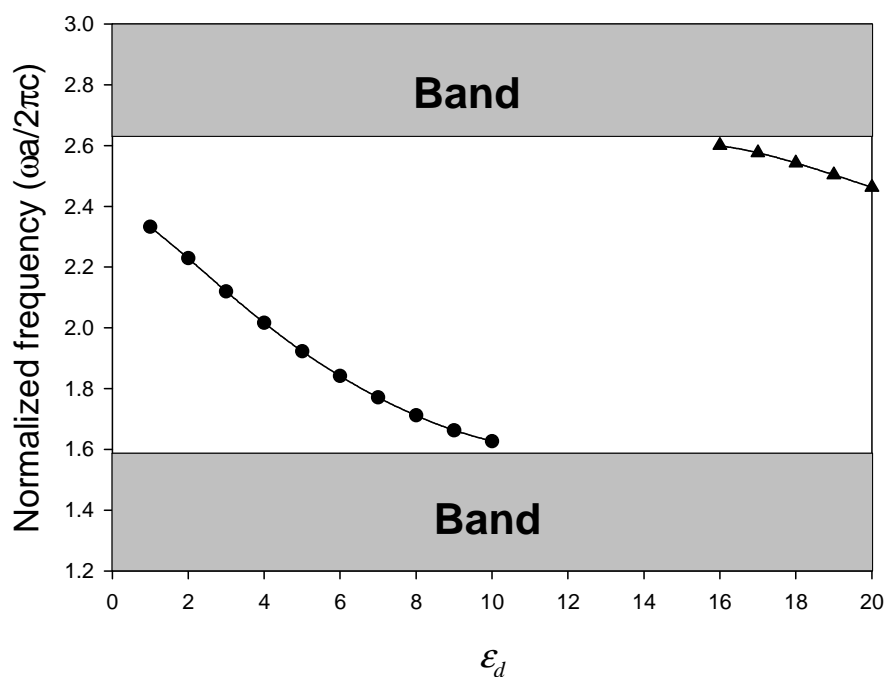


Fig.8 缺陷態頻率隨缺陷的介電係數 ϵ_d 的變化趨勢圖。橫軸為缺陷圓柱的介電係數，縱軸為歸一化頻率，水平線為能帶邊緣。

之後，我們計算此超晶格系統的能態密度(DOS)，如 Fig.9 所示。與能帶結構圖對照後可得知在相對應為能隙的地方不會有能態存在，而對應到缺陷態的位置則會出現一個細而高的峰值(peak)，反應了缺陷態有頻寬窄、能態密度高的特性。

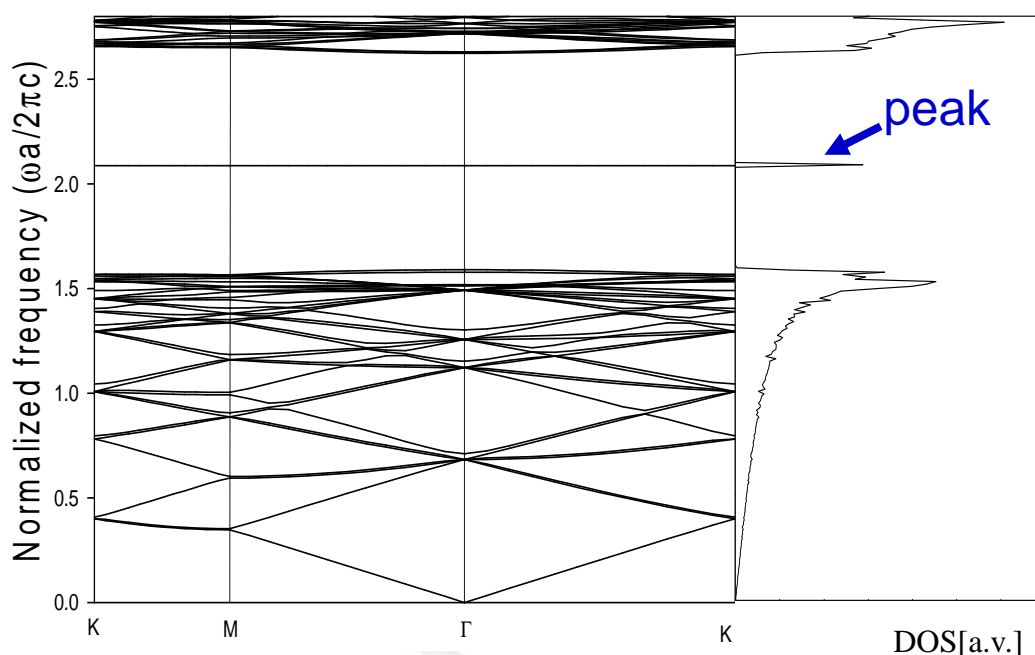


Fig.9 缺陷圓柱半徑為 $r_d = 0.08 \lambda$ 時的能帶結構與能態密度，會發現位於能隙中缺陷態位置出現了一個細而高的峰值。

最後分析電場分佈的圖形(Fig.10)，可發現場的分佈會集中在缺陷的附近，而我們分別計算了位於能隙中央($r_d = 0.08 \lambda$)與邊緣($r_d = 0.17 \lambda$)的其中一個缺陷態，發現越是位於能隙中央的缺陷態之場分佈就越是集中，位於能隙邊緣附近的場分佈由於太過接近能帶，因此較為分散。

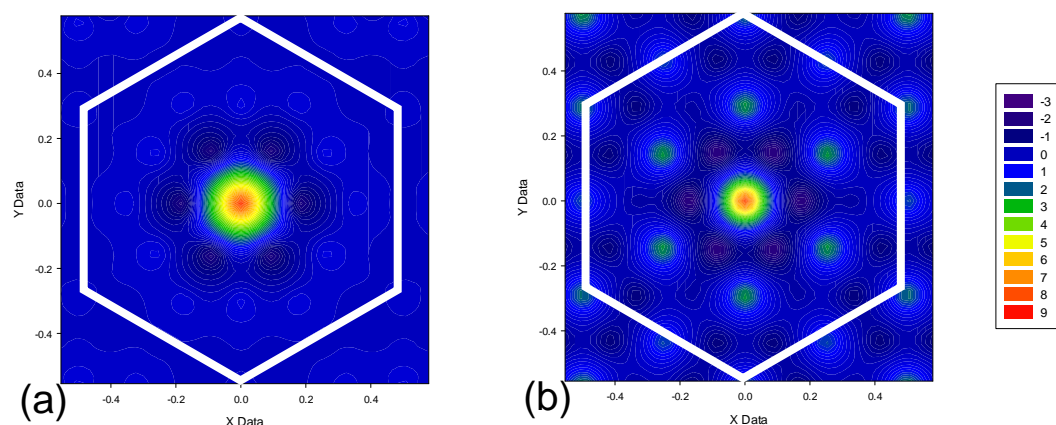


Fig.10 有缺陷超晶格之電場分佈圖，圖的中央是缺陷的位置。(a)在 $r_d=0.08\lambda$ 時於缺陷態 Γ 位置，可知有很強的場會集中在缺陷附近。(b) 在 $r_d=0.17\lambda$ 時同樣於缺陷態 Γ 位置，此時發現缺陷附近的場相對上較分散。

五、結論

此篇報告主要在於研究如何以平面波展開法計算三角晶格光子晶體的缺陷態，探討如何使用帶有缺陷的三角晶格光子晶體，使入射頻率落在能隙波段的電磁波只能在缺陷中傳播，而能近乎無損耗地傳遞光波。由於我們是將晶格常數為最簡單單位晶格的 6 倍之超晶格，以平面波展開法計算能帶結構，因此色散曲線會變得非常複雜。但我們依然可由倍數關係得到三角晶格的能隙位置，而引入缺陷後的缺陷態位置也可由此倍數關係求得。我們得到的結果是，利用改變缺陷的尺寸及介電係數，就能夠控制缺陷態歸一化頻率的位置；計算了 DOS 可發現缺陷態頻寬窄、能態密度高的特性；缺陷態位置的電場分佈圖則應證了場侷限在缺陷附近的特點。藉由前述的研究成果，在未來我

們也可以更進一步對照光子晶體光纖的參數，計算其離面能帶結構。



參考文獻

- [1] 蔡雅芝,“淺談光子晶體”, 物理雙月刊(二十一卷四期) 1999 年 8 月。
- [2] 奈米科學網, 光子晶體專題報導 <http://nano.nchc.org.tw/photonic/photonic.php>。
- [3] E. Yablonovitch and T. J. Gmitter, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1950 (1989).
- [4] Kazuaki.Sakoda, Optical Properties of Photonic Crystals, Chapter5, Springer, 2001.
- [5] Hollow-Core, Photonic Crystal Fibers, THORLABS.
- [6] Charles Kittel, Introduction to Solid State Physics, 2005.
- [7] 蔡雅芝,“光子晶體”, 奈米科學概論講義, 逢甲大學光電學系, 2010 年。
- [8] K. M. Ho *et al.*, "Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures," *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3152 (1990).
- [9] J. B. Pendry and A. Mackinnon, "Calculation of photon dispersion relations," *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2638 (1992).
- [10] J. D. Joannopoulos *et al.*, "Photonic crystals," *Solid State Commu.* **102**, 165 (1997).
- [11] 楊宗侃,“一維及二維光子晶體能帶結構之研究”, 逢甲大學, 碩士論文, 中華民國 94 年 7 月。
- [12] 翁健豪,“柱相連蜂巢晶格光子晶體能態結構之研究”, 逢甲大學碩士論文, 中華民國 97 年 7 月。
- [13] M. Fujita *et al.*, “Simultaneous Inhibition and Redistribution of Spontaneous Light Emission in Photonic Crystals”, *Science* **308**, 1296 (2004).
- [14] K. M. Ho, C. T. Chan, and C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3152 (1990).
- [15] Busch Kurt, Lölkes Stefan, Wehrspohn Ralf B., Föll Helmut (Hrsg.), “Photonic Crystals” (WILEY-VCH, 2004).