

## 捕食者—被捕食者微生物反應器之動態分析與控制

彭世典 羅英志 陳奇中\*

逢甲大學化學工程學系

\*E-mail: ctchen@fcu.edu.tw

### 摘要

生化反應系統之分析與控制在生化領域中為相當重要的研究課題。本研究探討了存在有捕食者—被捕食者間相互作用之生化反應，在一連續流動攪拌槽式反應器中的穩定性分析與控制問題。在穩定性分析方面，吾人藉由數值分析模擬的方法來描繪出系統的穩態特性，並找出生化反應器之最大產率狀態，進而建立自適應單神經元控制系統，進行系統動態模擬，並將此生化反應器操作在最大產率狀態下。由模擬測試的結果顯示出，自適應單神經元控制器對於此非線性生化系統的確有不錯的控制表現。

### 1. 前言

近年來由於生物廢棄物及廢水處理等生化污染的問題日益嚴重。因此，如何利用微生物混合培養技術將進料基質轉換成無毒的產物乃是熱門的研究主題之一。對於此種生化反應系統中，普遍存在捕食者與被捕食者(predator-prey)的關係，其中之一種微生物(捕食者)，可由捕食另一種微生物(被捕食者)而獲取養分，而被捕食者再以進料基質為食物。如此的食物鏈關係構成了複雜的生化反應系統。

對於此種存在捕食者—被捕食者關係的生化反應系統，其數學模式的建立最早由 Lotka [1] 所提出。在此之後，Kolmogorov [2] 基於系統的動態特徵，提出了更精確的生化反應系統模式。此外，在 70 年代初期，不論是在理論或是實驗方面有越來越多的學者探討了有關存在捕食者

—被捕食者之生化反應器的分析與建模問題。Canale et al. [3] 考慮了存在二種不同形式基質的情況，其中一種基質很容易被細菌分解，另一種則會阻礙生化轉化率。Curds [4] 則探討了當生化反應器中存在二種不同基質、細菌與單細胞動物時其複雜的食物鏈關係。Ratnam et al. [5] 研究了當存在捕食者—被捕食者的微生物反應器中，若有細菌附著在反應器壁與生物膜上的情形。Pavlou [6] 則提出了另一種假設，即在反應器中有一部分的細菌會藏匿起來以避免被捕食，並基於此假設來發展生化反應器之數學模式。

至今雖然已有很多學者針對不同的生化反應系統提出建模的方法。但基本上，對於存在捕食者—被捕食者之生化反應器，其數學模式的架構中一般皆包含了三個微分方程式，以描述有限基質、捕食者及被捕食者之間的質量平衡關係。

然而，由於生化反應器內食物鏈關係與複雜的生化反應，常導致精確建模的困難，甚至使所建立的數學模式與真實的系統間有很大的落差，進而使得依據系統模式所設計的控制架構，無法達到所要求的控制表現，甚至造成整個控制系統的不穩定。此外，由於高度非線性行為與時變的特性，更使得生化反應器難以控制，甚者系統的參數稍微一變動或有擾動進入系統時，便使得反應器變成不穩定。有鑑於此，近幾年已有許多學者針對生化反應器發展不同的控制策略，其中包括自適應控制[7]、最佳化控制[8]、類神經控制[9]、內模控制[10] 與滑動模式控制[11]等。然而，縱使已有許多學者提出不同的控制方法來操作生化反應器，但對於存在捕食者-被捕食者之微生物反應器的控制，在文獻上還非常少見。

在本研究中，我們將針對存在捕食者-被捕食者之微生物反應器進行分析模擬與控制。首先，吾人藉由數值分析的方法來描繪出系統的穩態特性，接著找出生化反應器之最大產率狀態。再者，基於自適應單神經元控制架構的建立，則可將此生化反應器操作在最大產率狀態上。由動態模擬的結果顯示出，儘管此生化系統中存在許多不確定因素與擾動，自適應單神經元控制器(SNC)依舊能提供優良的控制性能與表現。

## 2. 系統描述與分析

### 2.1 生化反應器之數學模式

由於生化反應器的種類繁多，在本文中將針對捕食者與被捕食者間相互作用之生化反應，在一連續流動攪拌槽式反應器的情況加以研究。其數學模式可用下列動態方程式來表示：

$$\frac{dP}{dt} = -DP + v(B)P - k_1P \quad (1a)$$

$$\frac{dB}{dt} = -DB + \mu(S)B - \frac{1}{X}v(B)P - k_2B \quad (1b)$$

$$\frac{dS}{dt} = D(S_f - S) - \frac{1}{Y}\mu(S)B \quad (1c)$$

式中

$P$ ：捕食者(predator)濃度(mg/L)

$B$ ：被捕食者(pre)濃度(mg/L)

$S$ ：基質(substrate)濃度(mg/L)

$S_f$ ：進料基質濃度(mg/L)

$X$ ：捕食者之總增殖收率

$Y$ ：被捕食者之總增殖收率

$F$ ：進料流速(L/hr)

$V$ ：反應器之體積(L)

$D = F/V$ ：稀釋速率(1/hr)

$k_1$ ：捕食者之死亡率係數(1/hr)

$k_2$ ：被捕食者之死亡率係數(1/hr)

此生化反應系統中，捕食者之比生長速率乃由 Monod 模式來表示如下：

$$v(B) = \frac{v_m B}{L + B} \quad (2)$$

式中

$v_m$ ：最大比生長值(1/hr)

$L$ ：飽和常數(mg/L)

而被捕食者之比生長速率，我們將探討下列兩種模式：

#### Case 1: Monod 模式

$$\mu(S) = \frac{\mu_m S}{K + S} \quad (3)$$

#### Case 2: Substrate Inhibition 模式

$$\mu(S) = \frac{\mu_m S}{K_i + S + \frac{S^2}{K_p}} \quad (4)$$

式中

$\mu_m$ ：最大比生長值(1/hr)

$K$ ：飽和常數(mg/L)

$K_i$ 、 $K_p$ ：正值常數(mg/L)

在此生化反應系統中乃假設系統完全混合，且被捕食者(細菌類)僅以培養系中之可溶性成分[葡萄糖類(基質)]為食物，而補食者(纖毛蟲類)僅以被捕食者為食物來增殖。

完成生化反應系統的描述之後，我們將進行此系統的穩態分析，並且進一步找出此微生物反應系統最大產率之狀態。

### 2.2 系統之穩態分析

基於系統之動態方程式(1)，我們先進行系統的穩定性分析。在此，由於稀釋速率是此生化系統的重要操作參數之一。因此，接下來我們將探討在不同稀釋速率下的系統穩定性。一般而言，判別系統穩定性的方法有很多，在此我們將利用系統方程式之 Jacobian 矩陣的特徵值來判別。對於某一個穩態，其系統方程式之 Jacobian 矩陣的所有特徵值之實數部分皆為負值，則此穩態為穩定。換句話說，若是系統方程式之 Jacobian 矩陣其特徵值之實數部分，有出現大於零的正值之情況時，則此穩態便為不穩定。基於此，我們將探討不同被捕食者之比生長速率模式下的穩態分析。

#### Case 1: 被捕食者之比生長速率為 Monod 模式

在捕食者之比生長速率為 Monod 模式時，對於生化反應器(1)，其 Jacobian 矩陣可表示如下：

$$\begin{bmatrix} -D + \frac{v_m B}{L+B} - k_1 & \frac{P_v}{L+B} - \frac{P_v B}{(L+B)^2} & 0 \\ \frac{1}{X} \frac{v_m B}{L+B} & -D + \frac{\mu_m S}{K+S} - \frac{1}{X} \frac{P_v}{L+B} + \frac{1}{X} \frac{P_v B}{(L+B)^2} - k_2 & \frac{B \mu_m}{K+S} - \frac{B \mu_m S}{(K+S)^2} \\ 0 & -\frac{1}{Y} \frac{\mu_m S}{K+S} & -D - \frac{1}{Y} \frac{B \mu_m}{K+S} + \frac{1}{Y} \frac{B \mu_m S}{(K+S)^2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

為了進行數值模擬，對於此生化反應系統的參數給定如下：

$\mu_m = 0.9\text{hr}^{-1}$	$v_m = 0.6\text{hr}^{-1}$	$L = 10\text{mg/L}$
$X = 0.2$	$Y = 0.4$	$K = 3\text{mg/L}$
$k_1 = 0.095\text{hr}^{-1}$	$k_2 = 0.15\text{hr}^{-1}$	$S_f = 100\text{mg/L}$

接著，將以上所給定的參數代入式(5)，並針對不同稀釋速率( $D$ )及其相對應的狀態，來解出其特徵值，並以判別在此狀態下是穩定或不穩定。為了更清楚說明此捕食者-被捕食者微生物反應器的穩定性分析，我們將以各成分對稀釋速率作圖，其結果如圖 1~3 所示。

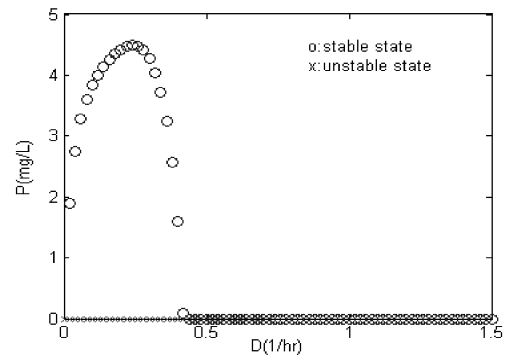


圖 1. 稀釋速率對捕食者濃度作圖

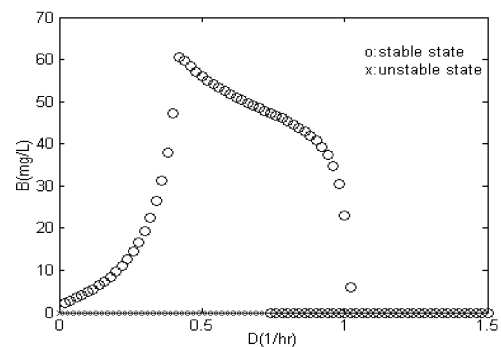


圖 2. 稀釋速率對被捕食者濃度作圖

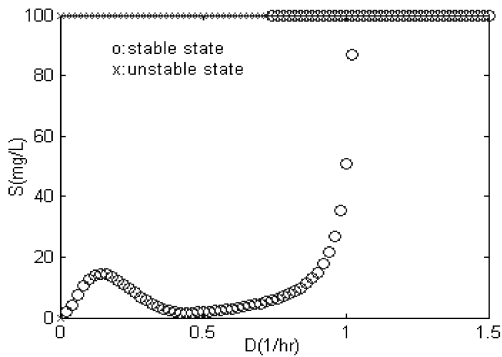


圖 3. 稀釋速率對基質濃度作圖

由圖 1~3 中可看出，當被捕食者之比生長速率為 Monod 模式時，對於此生化系統而言在 washout 的情況下，系統的穩態值為  $P=0$ ， $B=0$  及  $S=100$ 。而在 non-washout 之情況下，此生化反應系統大部分的穩態皆屬於穩定狀態。然而，縱使大部分的穩態皆為穩定，這並不代表此高度非線性的生化反應系統能夠很容易地控制在我們想要的設定點上。在下一章節中將以模擬測試來加以說明。

**Case 2: 被捕食者之比生長速率為 Substrate Inhibition 模式**

對於生化反應器(1)，在被捕食者之比生長速率為 Substrate Inhibition 模式時，其 Jacobian 矩陣可表示如下：

$$\begin{bmatrix} -D + \frac{v_p B}{L+B} - k_1 & \frac{P v_p}{L+B} - \frac{P v B}{(L+B)^2} & 0 \\ \frac{1}{X} \frac{v B}{L+B} & -D + \frac{\mu_0 S}{K_1 + S + \frac{S^2}{K_p}} - \frac{1}{X} \frac{P v_p}{L+B} + \frac{1}{X} \frac{P v B}{X(L+B)^2} - k_2 & \frac{B \mu_0}{K_1 + S + \frac{S^2}{K_p}} - \frac{B \mu S}{(K_1 + S + \frac{S^2}{K_p})^2} (1 + \frac{2S}{K_p}) \\ 0 & \frac{1}{Y} \frac{\mu_0 S}{K_1 + S + \frac{S^2}{K_p}} & -D - \frac{1}{Y} \frac{B \mu_0}{K_1 + S + \frac{S^2}{K_p}} + \frac{1}{Y} \frac{B \mu S}{(K_1 + S + \frac{S^2}{K_p})^2} (1 + \frac{2S}{K_p}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

為了進行數值模擬，對於此生化反應系統的參數給定如下：

$\mu_m = 0.4 \text{hr}^{-1}$	$v_m = 0.6 \text{hr}^{-1}$	$L = 3 \text{mg/L}$
$X = 0.6$	$Y = 0.5$	$K_i = 2 \text{mg/L}$
$K_p = 10 \text{mg/L}$	$k_1 = 0.1 \text{hr}^{-1}$	$k_2 = 0.001 \text{hr}^{-1}$
$s_f = 10 \text{mg/L}$		

同樣地，將以上所給定的參數代入式(6)，並針對不同稀釋速率(D)及其相對應的狀態，來解出其相對應的特徵值，並以判別在此狀態下是穩定或不穩定。圖 4~6 清楚地表明了此捕食者-被捕食者微生物反應器的穩定性分析結果。

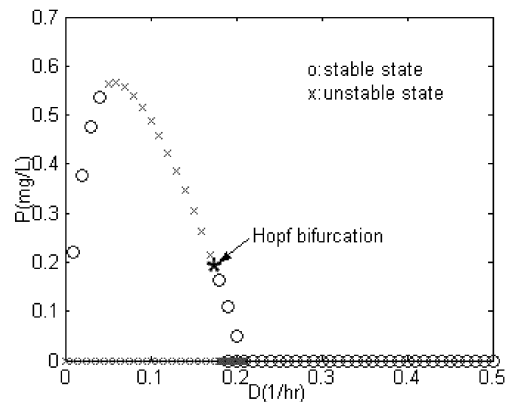


圖 4. 稀釋速率對捕食者濃度作圖

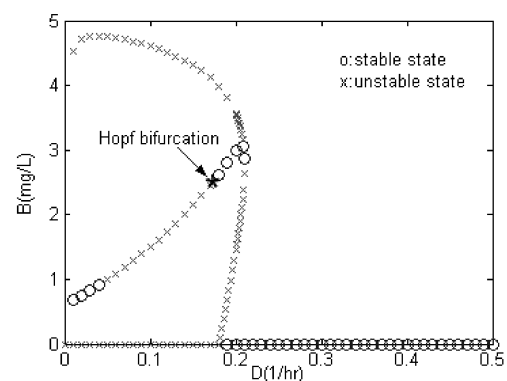


圖 5. 稀釋速率對被捕食者濃度作圖

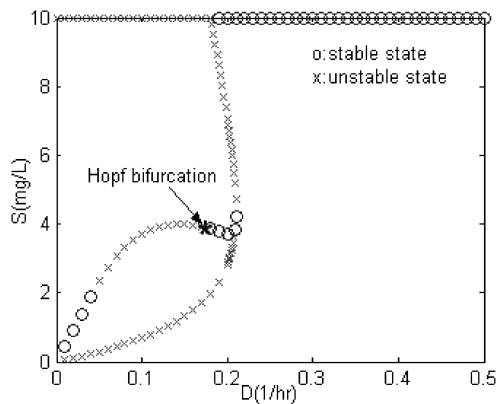


圖 6. 稀釋速率對基質濃度作圖

由圖 4~6 中可看出，此生化系統在 washout 的情況下，系統的穩態值為  $P=0$ ， $B=0$  及  $S=10$ 。而在 non-washout 之情況下，其存在了三個分歧點(bifurcation)，在這三個分歧點中只有一個 Hopf 分歧點(Hopf bifurcation)如圖 4~6 所標示。另外，圖 7 清楚地顯示了在此 Hopf 分歧點時的動態變化情形。同時由此圖可發現，在 Hopf 分歧點時其會產生極限環(limit cycle)的情況，而對於此生化反應器而言，這是因為在此情況下捕食者與被捕食者之間的互相消長而達一動態平衡的結果。由於此極限環之動態行為的存在，再加上此生化反應系統大部分的穩態皆屬於不穩定狀態，如此一來如何操控此生化反應器便成為一大挑戰。

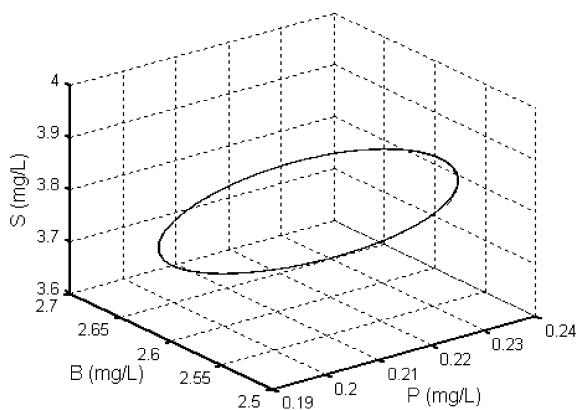


圖 7. 在 Hopf 分歧點之極限環動態行為圖

另一方面，由於 Substrate Inhibition 模式乃假設在高基質濃度時會造成細菌的毒化作用，而隨基質濃度的增加，細菌的成長便會受到抑制。因此，在此情況下被捕食者(細菌)的比生長速率便有一極大值，此極大值即是最大產率發生之處。為了找出被捕食者最大的比生長速率，我們可利用被捕食者之比生長速率  $\mu(S)$  對基質濃度  $S$  作圖。其結果如圖 8 所示。從此圖中可看出當被捕食者的比生長速率為 Substrate Inhibition 模式時，其最大的比生長速率，乃是發生在曲線的頂點(最高點)處。由於在此頂點時  $\partial\mu(S)/\partial S=0$ ，因此可解得基質濃度( $S$ )的值，然後再代回系統的方程式(1)，便可解出其餘的  $P$ ， $B$  及  $D$  的值。而所求得當被捕食者在最大比生長速率時，相對應的狀態值為  $P=0$ ， $B=2.7509$ ， $S=4.4721$  與  $D=0.2101$ 。為了判斷在此狀態下其為穩定或不穩定，我們可將此狀態代入 Jacobian 矩陣即(6)式中，便可求出其特徵值，進而可判斷出此狀態乃為不穩定狀態。另一方面，由圖 8 也可看出當被捕食者的比生長速率為 Monod 模式時其無最大值。因此如何將此微生物反應器操作在設定點上，設計一個優良的控制系統，是不可或缺的。在下一章節中我們將設計一自適應單神經元控制系統，以控制此高度非線性的微生物反應系統。

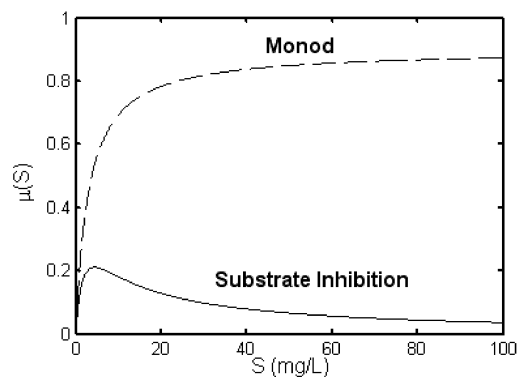


圖 8. 被捕食者之比生長速率圖

### 3. 微生物反應器之直接式適應控制

#### 3.1 自適應單神經元控制系統架構

傳統的控制理論，大都基於系統模式來做控制器設計。然而若系統動態難以精確掌握或受限於外界的不確定性時，此時系統模式難以獲得，或所獲得的系統模式與真實系統有很大的差異，在這種情形下，傳統控制理論就難以獲得良好的控制性能表現。有鑑於此，近年來智慧型控制快速的發展，其無需系統的模式便可進行線上控制，並藉由回饋的誤差來修正控制器的參數。因此，在本文中將採用一種智慧型的自適應單神經元控制系統，以操作此複雜的微生物反應器。而本文所提出的控制架構如下圖所示：

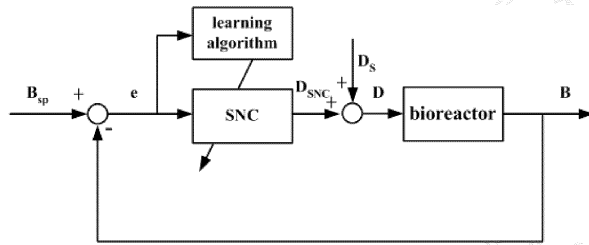


圖 9. 自適應單神經元控制系統架構圖

在圖 9 中，稀釋速率  $D = D_s + D_{SNC}$ ，其中  $D_s$  為稀釋速率的穩態值，而  $D_{SNC}$  為自適應單神經元控制器(SNC)的輸出。SNC 乃藉由所量測的系統輸出即被捕食者濃度( $B$ )與設定點( $B_{sp}$ )比較所得的誤差，經由參數調整法則來修正控制器參數。而其架構如下[12]

$$D_{SNC}(t) = \frac{a\{1 - \exp[-b[e(t) - \theta]]\}}{1 + \exp[-b[e(t) - \theta]]} \quad (7)$$

其中誤差  $e(t) = B_{sp}(t) - B(t)$ ，而  $a$  為控制器的飽和準位， $b$  為控制器的增益因子，亦即斜率， $\theta$  為閾值。由此我們可以清楚的知道 SNC 控制器是由三個可調參數( $a, b, \theta$ )構成。當飽和準位  $a$  改變時，控制器的輸出範圍也隨之改變，亦即參數  $a$  控制著 SNC 的輸出準位。當  $b$  調大時，

使得  $D_{SNC}$  對  $e - \theta$  的敏感度增加。此外，閾值  $\theta$  能直接地將系統輸出誤差的性質映射至控制力輸入。當三個參數調整時，控制器的非線性飽和函數也隨之調整，進而改變 SNC 的輸出範圍。

#### 3.2 SNC 參數調整法則

為了產生合適的控制力輸入，使得系統的輸出可追蹤於目標輸出上，故 SNC 的參數調整法則是必需的。在說明參數演算法則之前，我們先定義控制器參數向量為  $\mathbf{p} \equiv [a \ b \ \theta]^T$ ，接著定義系統的目標函數為

$$E_k = \frac{1}{2}(B_{sp} - B_k)^2 \quad (8)$$

其中， $k$  表示第  $k$  個取樣時間。基於系統的目標函數和使用最陡坡度法(steepest descent gradient rule)，參數的協調演算法則可導行如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{k+1} &= \mathbf{p}_k - \tilde{\eta} \frac{\partial E_k}{\partial \mathbf{p}_k} = \mathbf{p}_k - \tilde{\eta} \frac{\partial E_k}{\partial B_k} \frac{\partial B_k}{\partial \mathbf{p}_k} \\ &= \mathbf{p}_k + \eta e_k \frac{\mathbf{z}_k}{1 + \mathbf{z}_k^T \mathbf{z}_k} \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\mathbf{z}_k \equiv \frac{\partial B_k}{\partial \mathbf{p}_k} = \left( \frac{\partial B_k}{\partial D_k} \right) \left( \frac{\partial D_k}{\partial D_{SNC,k}} \right) \Phi(D_{SNC,k}, \mathbf{p}_k) = \left( \frac{\partial B_k}{\partial D_k} \right) \Phi(D_{SNC,k}, \mathbf{p}_k)$$

與  $\tilde{\eta} \equiv \eta / (1 + \mathbf{z}_k^T \mathbf{z}_k)$ 。此外，敏感函數  $\Phi(D_{SNC}, \mathbf{p})$  定義為

$$\begin{aligned} \Phi(D_{SNC}, \mathbf{p}) &\equiv \partial D_{SNC} / \partial \mathbf{p} \\ &= \left[ \frac{D_{SNC}}{a}, \frac{1}{2} a (e - \theta) \left( 1 - \frac{D_{SNC}}{a} \right) \left( 1 + \frac{D_{SNC}}{a} \right), -\frac{1}{2} a b \left( 1 - \frac{D_{SNC}}{a} \right) \left( 1 + \frac{D_{SNC}}{a} \right) \right]^T \end{aligned} \quad (10)$$

在 SNC 演算法中值得注意的是，學習速率  $\eta$  比較大時雖然可以越快的收斂達到設定點，但是也會造成較大的震盪。反之，當學習速率較小時，震盪就會比較小但是達到設定點的時間相對的就比較慢。一般而言，選取  $0 < \eta < 2$ ，因為學習速率選擇在此範圍內可確保閉迴路系統穩定並達到零穩態誤差。其詳細的證明推導請參考

Chen [12]。另外，在  $\mathbf{z}_k$  中， $\partial B/\partial D$  一般可由 first-order difference 方法或經由對實際系統的模式估測獲得。然而在實際應用上，當實際精確的系統模式不易獲得或受限於外在的不確定因素時，估測真實的  $\partial B/\partial D$  值就變得很困難。為了解決這個問題，我們可以將原本的  $\mathbf{z}_k$  代換成  $\mathbf{z}_k = \text{sign}(\partial B_k/\partial D_k)\Phi(D_{\text{SNC},k}, \mathbf{p}_k)$ ，以系統響應的方向來取代真實  $\partial B/\partial D$  之數值，如此不但容易應用且更增加其實用性。

### 3.3 模擬測試與討論

由於 PI 控制器廣泛地應用在現今化工程序的控制上，因此在此節中我們將採用自適應單神經元控制器(SNC)與 PI 控制器(參數選取採用 Ziegler-Nichols 法)來控制此捕食者-被捕食者微生物反應器，並比較其控制性能與表現。而控制的目標則是藉由調整稀釋速率( $D$ )以將被捕食者的濃度( $B$ )調節控制在所想要的設定點上。接下來，我們將探討當被捕食者之比生長速率分別為 Monod 模式與 Substrate Inhibition 模式時之兩種情況。

#### Case 1: 被捕食者之比生長速率為 Monod 模式

在此例子中，我們將測試 SNC 的調節控制(regulation control)能力。在模擬的過程中，吾人假設生化反應器原先操作在穩定的平衡點上 ( $P = 4.4058$  ,  $B = 16.6667$  ,  $S = 6.8523$  與  $D = 0.28$ )，但受到不明擾動使系統狀態偏離其穩態值而成為  $P = 3$  ,  $B = 15$  ,  $S = 5$ 。進行模擬測試前，首先給定模擬測試所必需的參數設定。取樣時間給定為 0.05hr，SNC 參數給定為  $\mathbf{p}(0) = [1 \ 0.001 \ 0]^T$ 。由於我們所探討的是調節控制的問題，因此 SNC 的參數  $a$  及  $b$  可固定不調以使控制更簡單化，而  $\theta$  的學習速率  $\eta$  給定為

1.8。此外，對此例子  $\text{sign}(\partial B/\partial D) = 1$ 。至於 PI 控制器參數給定為  $K_c = 0.131$  與  $\tau_i = 2.1645$ 。接下來，將探討下列幾個模擬測試。

#### 測試 1. 調節控制(regulation control)比較

由於此生化系統剛開始時受到擾動而偏離其穩態值，因此如何將系統操作在原來的設定點上是一大挑戰。而對於此控制難題，SNC 與 PI 控制比較結果如圖 10 所示。而圖 11 為 SNC 之參數  $\theta$  變化圖。由圖 10 可發現 PI 控制無法達到所要求的設定點上，並因稀釋速率太大而造成 washout 情況出現。這是因為 PI 控制器其參數的選取是根據在系統操作點附近線性化所得的模式來決定的。因此當所識別出的線性化模式不準確時，會造成 PI 參數選取的誤差。進而使得控制效果低落甚至失敗。反之，SNC 自適應的能力使得其控制表現依舊良好。基於此測試結果，我們得知 PI 控制在此例子中並無法達到所要求的設定點上。同時，接下來的幾個測試 PI 控制器亦無法達到控制要求，因此將 PI 之模擬圖排除在外。

#### 測試 2. 進料基質濃度 $S_f$ 發生變動

假設進料基質濃度  $S_f$  突然在時間為 200hr 時發生 +25% 的變動，對於此突發狀況 SNC 控制結果如圖 12 所示。圖 13 為 SNC 之參數  $\theta$  變化圖。由此圖 12 可發現當此擾動發生時 SNC 所產生的控制力很平滑且能很快消除此干擾。然而這與選取的學習速率有關，若要更快消除此擾動，則可調大學習速率，但相對的其控制力( $D$ )也會變動較劇烈。

#### 測試 3. 當系統參數發生變異時

在此測試中，假設此生化反應器的參數  $X$  與  $Y$  突然發生 +25% 的變異。圖 14 顯示出 SNC 的

控制表現圖。圖 15 為 SNC 之參數  $\theta$  變化圖。在此圖 14 中，SNC 所產生的控制力依舊平滑且能有效消除此一參數變動。這是因為 SNC 其設計並不依賴系統模式，再加上本身所具有的學習能力，更使其對參數變異有良好的處理能力。

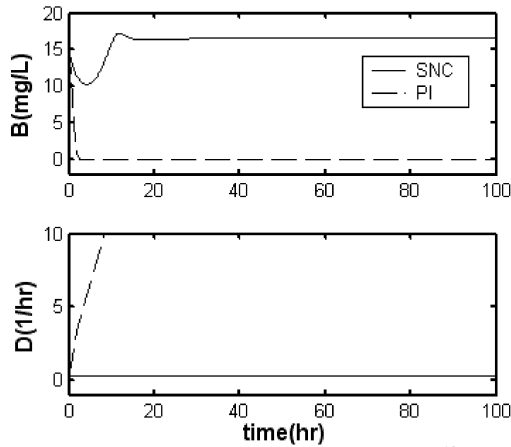


圖 10. 調節控制比較圖

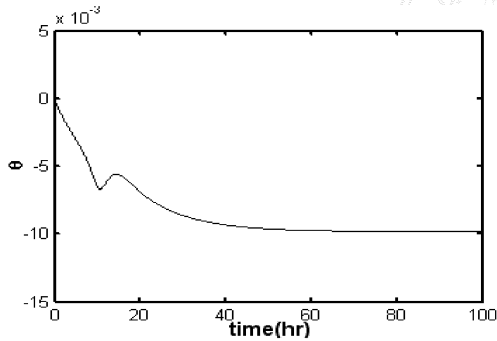


圖 11. SNC 之參數  $\theta$  變化圖

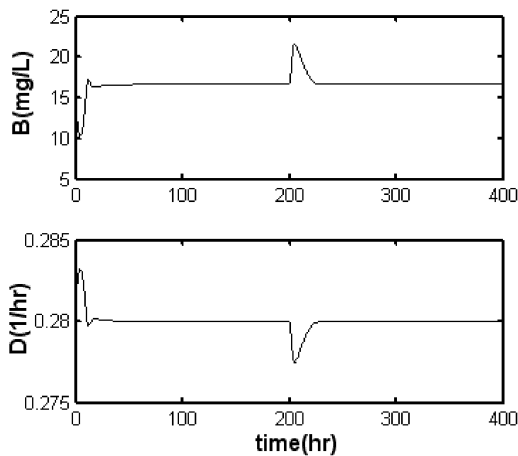


圖 12.  $S_f$  發生 +25% 變動之控制圖

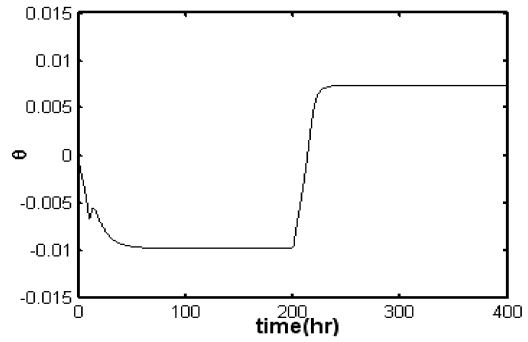


圖 13. SNC 之參數  $\theta$  變化圖

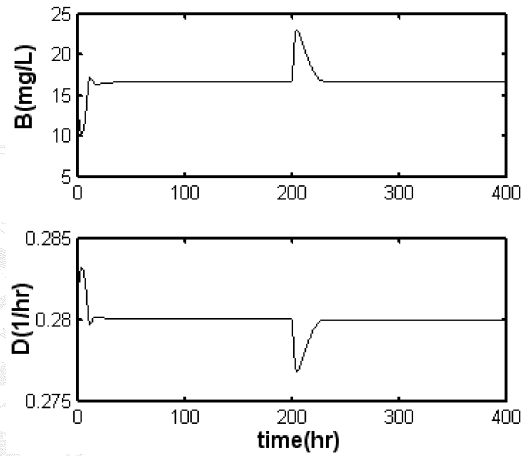


圖 14. 系統參數發生變異之控制圖

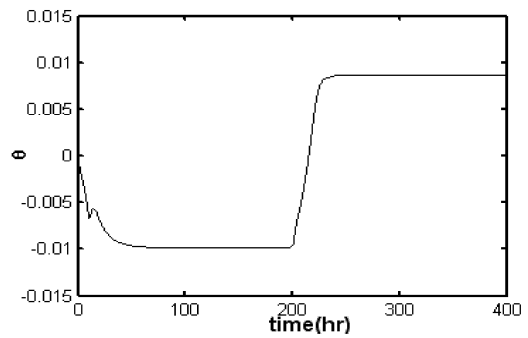


圖 15. SNC 之參數  $\theta$  變化圖

**Case 2: 被捕食者之比生長速率為 Substrate Inhibition 模式**

在此例子中，我們假設此生化反應器原先操



作在最大產率狀態 ( $P=0$  ,  $B=2.7509$  ,  $S=4.4721$ )，如在 2.2 節中所描述。為了測試 SNC 的調節控制能力，在此假設系統受到不明擾動使系統狀態偏離其最大產率狀態並成為  $P=0$  ,  $B=3$  ,  $S=5$ 。在模擬測試前，先給定所必需的參數設定。取樣時間給定為  $0.05\text{hr}$ 。SNC 參數給定為  $\mathbf{p}(0)=[1 \ -1 \ 0]^T$ ，如同 Case 1 所述，SNC 的參數  $a$  及  $b$  固定，而  $\theta$  的學習速率  $\eta$  給定為  $1.8$ 。此外，對此例子  $\text{sign}(\partial B/\partial D)=-1$ 。至於 PI 控制器參數給定為  $K_c=-0.1056$  與  $\tau_i=1.8315$ 。接下來，我們將探討下列幾個模擬測試。

### 測試 1. 進料基質濃度 $S_f$ 發生變動

假設進料基質濃度  $S_f$  突然在時間為  $100\text{hr}$  時發生  $+30\%$  的變動，在此情況下 SNC 與 PI 的控制比較如圖 16 所示，而圖 17 為 SNC 之參數  $\theta$  變化圖。由圖 16 可看出當剛開始系統受到不明擾動偏離其設定點及  $S_f$  發生變動時，PI 控制器雖有能力消除此這些干擾，但系統輸出 ( $B$ ) 卻有較大的震盪發生，反觀 SNC 卻能很快消除這些干擾，且其控制力依舊平滑。如此更顯示出 SNC 的自調諧能力。

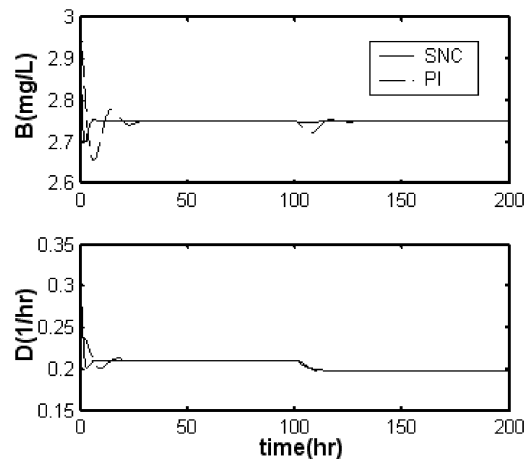


圖 16.  $S_f$  發生  $+30\%$  變動之控制比較圖

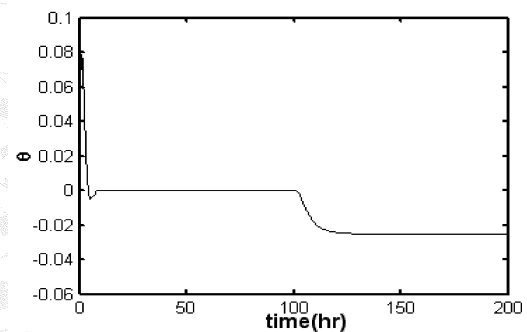


圖 17. SNC 之參數  $\theta$  變化圖

### 測試 2. 當系統參數發生變異時

在此測試中，假設在時間  $100\text{hr}$  時，此生化反應器的參數  $X$  與  $Y$  突然發生  $-40\%$  的變異，而  $k_1$  與  $k_2$  突然發生  $+80\%$  的變異。圖 18 為當系統參數變異時之 SNC 與 PI 的控制比較圖。而 SNC 之參數  $\theta$  變化如圖 19 所示。由圖 18 中可清楚看出，SNC 所產生的控制力雖然平滑但卻較 PI 控更能快速地消除此參數變異。且系統輸出的變化也較平緩，十足顯示出其強韌性。

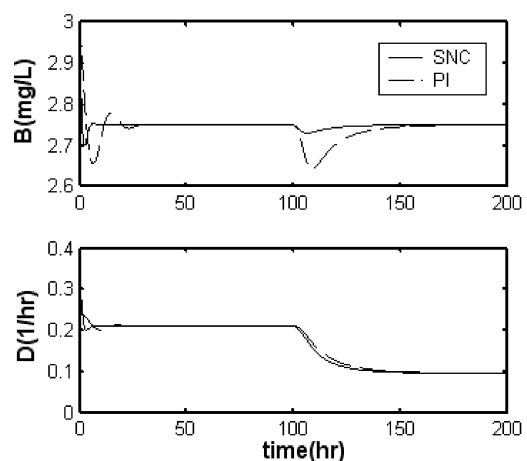


圖 18. 系統參數發生變異之控制比較圖

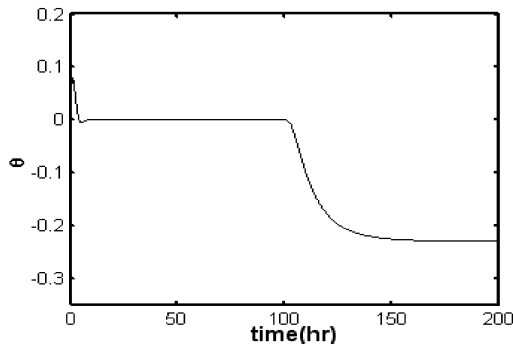


圖 19. SNC 之參數  $\theta$  變化圖

#### 4. 結論

本研究針對捕食者—被捕食者微生物反應器進行分析，並採用自適應單神經元控制器來進行此複雜的生化反應器控制。對於被捕食者之比生長速率分別為 Monod 模式與 Substrate Inhibition 模式情況下，由本文中的分析顯示出其有不同的系統特性。尤其在 Substrate Inhibition 模式時其大部分的穩態皆為不穩定狀態，且存在了極限環的動態行為，因此更增加了控制的困難度。而由模擬測試的結果顯示出採用 SNC 控制架構的確比 PI 控制有更優良的控制性能與表現。

#### 參考文獻

- [1] Lotka, J. A., *Elements of Physical Biology*, Williams and Wilkins, Baltimore (1925).
- [2] Kolmogorov, A. N., "Sulla Teoria Di Volterra Della Lotta Per L'esistenza G," *Inst. Ital. Attuari.*, **7**, 74 (1936).
- [3] Canale, R. P., T. D. Lustig, P. M., Kehrberger, and J. E. Salo, "Experimental and Mathematical Modeling Studies of Protozoan Predation on Bacteria," *Biotechnol. Bioeng.*, **15**, 707-728 (1973).
- [4] Curds, C. R., "Computer Simulation of Some Complex Microbial Food Chains," *Water Res.*, **8**, 769-780 (1974).
- [5] Ratnam, D. A., S. Pavlou, and A. G. Fredrickson, "Effects of Attachment of Bacteria to Chemostat Walls in Microbial Predator-Prey Relationship," *Biotechnol. Bioeng.*, **24**, 2675-2694 (1982).
- [6] Pavlou, S., "Dynamics of a Chemostat in Which One Microbial Population Feeds on Another," *Biotechnol. Bioeng.*, **27**, 1525-1532 (1985).
- [7] Dochain, D. and G. Bastin, "Stable Adaptive Controllers for Waste Treatment by Anaerobic Digestion," *Environ Tech Lett*, **6**, 589-593 (1985).
- [8] Alvarez, Jq. and Jm. Alvarez, "Analysis and Control of Fermentation Process by Optimal and Geometric Methods," *ACC Proceedings*, Atlanta, GA, (1988).
- [9] Yank, Y. and D. Linkens, "Stable Adaptive Control of a Class of Continuous Flow Bioreactors," *IEEE Proc Control Theory Appl.*, **5**, 176-186 (1994).
- [10] Aoyama, A. and V. Venkatasubramanian, "Internal Model Control Framework Using Neural Networks for the Modeling and Control of a Bioreactor," *Engng. Applic. Artif. Intell.*, **8**, 689-701 (1995).
- [11] Gonzalez, J., G. Fernandez, R. Aguilar, M. Barron, and J. Alvarez-Ramirez, "Sliding Mode Observer-Based Control for a Class of Bioreactors," *Chemical Engineering Journal*, **83**, 25-32 (2001).
- [12] Chen, C. T., "Direct Adaptive Control of Chemical Process Systems," *Ind. Eng. Chem. Res.*, **40**, 4121-4140 (2001).