

逢甲大學學生報告 ePaper

# 台灣咖啡銷售量之分析與預測

## Analysis and Forecast of Taiwan Coffee Sales

作者：鄭凱倫

系級：統計四乙

學號：D0509893

開課老師：陳婉淑 教授

課程名稱：時間數列分析

開課系所：統計學系

開課學年：108 學年度 第二學期

## 中文摘要

為了瞭解目前國內咖啡市場銷售量的變化與趨勢，本研究使用經濟部統計處的「國內咖啡銷售量」的資料，其時間從 2000 年 1 月至 2019 年 12 月，共 240 筆月資料，並將此資料分成樣本內期間以及樣本外期間，以分析樣本內期間國內咖啡月銷售量的狀況，並保留樣本外期間的最後十二筆作為預測的對照依據。此份報告使用四種時間序列分析的模型/方法，依序為 ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) 模型、ARIMA 之介入分析、時間序列迴歸法及指數平滑法，對樣本內期間配適預測模式，檢驗預測是否準確，最後採用三種評估準則，分別為 RMSE (Root Mean Square Error)、MAE (Mean Absolute Error) 以及 MAPE (Mean Absolute Percentage Error)，來評估何者為最佳之模型/方法。結果發現，相乘之指數平滑法的預測表現最良好。此外，由於位居連鎖咖啡排行冠軍的星巴克在 1999 年開始至 2005 年進行多元化的經營模式，更是在 2002 年 11 月，開始正式推出方便攜帶又免用現金的星巴克隨身卡，促進咖啡市場擴張。故本研究考慮到會受到外在因素的影響，因此也將介入函數放入模型中。結果發現，樣本內期間選擇時間序列迴歸法來配適模型的預測表現為最佳，樣本外期間選擇相乘之指數平滑法來配適的預測表現為最佳。

**關鍵字：** ARIMA 模型、ARIMA 之介入分析、時間序列迴歸法、指數平滑法

## Abstract

In order to understand the consumption of coffee in Taiwan, we analyze the data of "domestic coffee sales volume" obtained from the Statistics Department of the Ministry of Economic Affairs. We collect monthly coffee sales volume from January 2000 to December 2019 (a total of 240 observations) and divide our data into two periods: in-sample period and out-of-sample period. We use four time series forecasting models/methods including ARIMA model, ARIMA model with intervention analysis, time series regression, and exponential smoothing method to fit the data during the in-sample period. We then test the accuracy of the out-of-sample prediction using three evaluation criteria, namely root mean square error, mean absolute error, and mean absolute percentage error. The results show that the prediction performance of the exponential smoothing with multiplicative holt-winters method outperforms other alternative models/methods. We notice that Starbucks, the champion coffee chain, launched a portable and cash-free Starbucks card in November 2002. Thus, we consider the influence of external factors on target time series by adding the intervention function into the examined models. The results indicate that selecting the time series regression to fit the in-sample period is the most preferable, and choosing the exponential smoothing with multiplicative holt-winters method brings the best prediction for the out-of-sample period.

**Keyword :** ARIMA model, intervention analysis, time series regression, exponential smoothing, out-of-sample forecast, multiplicative holt-winters method

## 目錄

第一章 緒論.....	6
第二章 研究方法.....	7
1. ARIMA 模型 (Autoregressive Integrated Moving Average).....	7
2. ARIMA 之介入分析 (ARIMA With Intervention Analysis).....	10
3. 時間序列迴歸法 (Time Series Regression).....	11
4. 指數平滑法 (Exponential Smoothing Method).....	12
第三章 資料分析.....	13
第一節 原始資料說明.....	13
第二節 ARIMA 模型.....	14
第三節 ARIMA 之介入分析.....	21
第四節 時間序列迴歸法.....	26
第五節 指數平滑法.....	31
第六節 最佳模型的選擇.....	34
第四章 結論與建議.....	36
參考資料.....	37



## 圖目錄

圖一 咖啡銷售量之原始時間序列圖.....	13
圖二 開根號轉換後之時間序列圖.....	14
圖三 開根號轉換及一次差分後之時間序列圖.....	14
圖四 開根號轉換及一次、季節差分後之時間序列圖.....	15
圖五 原始資料之 ACF 與 PACF 圖.....	15
圖六 開根號轉換後之 ACF 與 PACF 圖.....	16
圖七 開根號轉換及一次差分後之 ACF 與 PACF 圖.....	16
圖八 開根號轉換及一次、季節差分後之 ACF 與 PACF 圖.....	17
圖九 原始資料之白噪音與單根檢定.....	17
圖十 ARIMA 模型-配模後之 ACF 與 PACF 圖.....	18
圖十一 ARIMA 模型-白噪音及單根檢定.....	18
圖十二 ARIMA 模型-95%信賴水準之預測圖.....	20
圖十三 咖啡銷售量之原始時間序列圖.....	21
圖十四 ARIMA 之介入分析-配模後之 ACF 與 PACF 圖.....	22
圖十五 ARIMA 之介入分析-白噪音及單根檢定.....	23
圖十六 ARIMA 之介入分析-95%信賴水準之預測圖.....	25
圖十七 時間序列迴歸法-修正後的模型的 95%信賴水準之預測圖.....	30
圖十八 月份之參數估計量.....	32
圖十九 指數平滑法-95%信賴水準之預測圖.....	33

## 表目錄

表一 非季節 ARIMA 模型之模型判斷 .....	7
表二 介入變數影響的形式.....	10
表三 基本統計量.....	13
表四 ARIMA 模型-模型參數估計值及參數顯著檢定 .....	19
表五 ARIMA 模型-樣本外 12 筆實際值、預測值 .....	20
表六 ARIMA 之介入分析-模型參數估計值及參數顯著檢定 .....	24
表七 ARIMA 之介入分析-樣本外 12 筆實際值、預測值 .....	25
表八 時間序列迴歸法-預設模型的 DW 值.....	26
表九 時間序列迴歸法-修正後的模型的參數估計表 .....	27
表十 時間序列迴歸法-修正後的模型的 DW 值.....	28
表十一 Full model -變異數分析 .....	29
表十二 Reduced model -變異數分析 .....	29
表十三 時間序列迴歸法-樣本外 12 筆實際值、預測值 .....	30
表十四 指數平滑法-參數估計表 .....	31
表十五 指數平滑法-樣本外 12 筆實際值、預測值 .....	33
表十六 模型評估準則.....	34
表十七 四個方法之樣本內、外期間預測力.....	34
表十八 MAPE 預測力等級.....	35

## 第一章 緒論

咖啡為世界三大飲料作物之一，但在過去幾年，咖啡並不受國人的歡迎，是直到近年，國人對咖啡的接受及喜愛程度才有大幅度的提升。人人隨手一杯咖啡，儼然成為一種社會習以為常的現象，且逐漸成為現代忙碌社會許多人的生活必需品。除了三大連鎖咖啡館（星巴克、路易莎、85 度 C）遍及全台外，滿街的便利商店也開始販賣現煮咖啡，再加上生活飲食習慣受到西方意識形態的影響，導致國人喝咖啡的風氣日漸盛行，帶動了咖啡市場的蓬勃發展。由於國人飲食型態不斷地轉變，促使咖啡業者經營型態的不同變化，因此咖啡業者了解市場銷售量狀況是必須的，以面對市場激烈的競爭。希望透過此次的研究，來更瞭解目前國內咖啡市場銷售量的變化與趨勢，並藉由研究銷售量趨勢來預估未來的情況，以幫助國內咖啡產業業者評估國人喝咖啡的習慣性與量的多寡。

本研究以台灣咖啡產業為研究對象，去針對台灣的咖啡銷售量進行樣本內的估計與樣本外的預測。共使用四種預測模型/方法，(1) ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) 模型、(2) ARIMA 之介入分析、(3) 時間序列迴歸法、(4) 相乘之指數平滑法。ARIMA 模型是由 Box 和 Jenkins (1976) 發展出的一種時間序列預測方法；ARIMA 之介入分析是由 Box 和 Tiao (1975) 為分析時間序列存在外部事件的影響所提供一個方法；指數平滑法是由 Brown (1959)、Holt (1957) 及 Winters (1960) 相繼提出，而因為此資料有季節循環，所以使用相乘之指數平滑法。更是採用 RMSE (Root Mean Square Error)、MAE (Mean Absolute Error) 及 MAPE (Mean Absolute Percentage Error) 三種評估準則來建立最佳預測模型。

本研究將資料分成兩部份：樣本內期間及樣本外期間，考慮樣本內的估計並保留十二筆作樣本外的預測，皆採用 SAS (Statistical Analysis System) 此統計套裝軟體中的“Time Series Forecasting System”，該時間序列預測系統是一種點擊系統，可以使用此系統功能來為每個時間序列建立適合的模型、對多數個候選模型進行篩選以及對篩選的模型執行診斷檢查。此外，本研究也考慮時間序列會受到外部事件的影響，而該外部事件經調查為 2002 年 11 月時，星巴克推出方便攜帶又免用現金的星巴克隨身卡，促進咖啡市場擴張，因此也將介入函數放入模型中。

此份報告安排第二章為研究方法，介紹四種時間序列預測模型與方法及其分析的大致流程，第三章為資料分析，除了描述原始資料的長相及解釋模型/方法的建立外，也呈現模型/方法的診斷以及預測的結果並根據三種評估準則來看樣本內期間與樣本外期間的表現，第四章為結論及建議，總結我們在本研究的發現並提供建議給予參考。

## 第二章 研究方法

利用四種時間序列分析的模型/方法，分別為 ARIMA 模型、ARIMA 之介入分析、時間序列迴歸法以及指數平滑法，來進行預測，以下依序做這四種預測模型/方法的介紹與說明。

### 1. ARIMA 模型 (Autoregressive Integrated Moving Average)

ARIMA model 全稱為自迴歸移動平均整合模型，是由 Box 和 Jenkins (1976) 發展出的一種時間序列預測方法，所以又稱為 Box-Jenkins model。其又可以細分成三種模型，分別為自迴歸模型(AR model)、移動平均模型(MA model)以及自迴歸移動平均混合模型(ARMA model)。

主要是利用時間序列之自我相關函數 (Autocorrelation Function, 簡稱 ACF) 圖以及部分自我相關函數 (Partial Autocorrelation Function, 簡稱 PACF) 圖來判斷應採用何種模型，整理如表一。

表一 非季節 ARIMA 模型之模型判斷

模型	ACF	PACF	模型方程式
AR (p)	dies down	cuts off	$Z_t = \phi_0 + \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t$
MA (q)	cuts off	dies down	$Z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$
ARMA (p, q)	dies down	dies down	$Z_t = \phi_0 + \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$

Seasonal ARIMA model 全稱為季節性自迴歸移動平均整合模型，是由 Box、Jenkins 和 Reinsel (2008) 提出，通常表示為  $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ ， $s$  是指每個季節的期間數， $P, D, Q$  分別為 ARIMA 季節部分的自迴歸係數、差分係數和移動平均係數，模型方程式如下：

$$\phi(B)\Phi(B)(1-B)^d(1-B^s)^D(Z_t - \mu) = \theta(B)\Theta(B)a_t,$$

其中， $\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$ ,  $\Phi(B) = (1 - \phi_1 B^s - \dots - \phi_p B^{ps})$ ,

$$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q), \Theta(B) = (1 - \theta_1 B^s - \dots - \theta_q B^{qs}).$$

而  $a_t$  是誤差項，其彼此之間互相獨立且為隨機從常態分配的平均數是零及變異數是常數中選取，表示為  $a_t \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ ，其中, iid 為 independent and identically distributed 的縮寫。



分析流程如下：

(1) 將此時間序列滿足平穩的條件

- I. 若變異數不平穩，則需要取對數或開根號的轉換。
- II. 若平均數不平穩，則需要進行一次差分。

(2) 由時間序列之 ACF 圖以及 PACF 圖，觀察：

- I. 若資料有季節趨勢，則需要進行季節差分。
- II. 若殘差值超出兩倍標準差，則需要對其配適模型。
- III. 根據表一來判斷用何種模型去做預測。

(3) 診斷模型是否合適

- I. 白噪音檢定 (White Noise Test)：檢定殘差項是否存在自我相關性。

假設檢定：

$$\begin{cases} H_0: \text{殘差符合白噪音} & (\text{資料無自我相關}) \\ H_a: \text{殘差不符合白噪音} & (\text{資料有自我相關}) \end{cases}$$

決策規則：

- 若 p-value 大於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，則不拒絕  $H_0$ ，殘差符合白噪音，也就是資料無自我相關，表示模型配適合適。
- 若 p-value 小於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，則拒絕  $H_0$ ，殘差不符合白噪音，也就是資料有自我相關，表示模型配適不合適。

- II. 單根檢定 (Unit Root Test)：檢定資料是否有達到平穩的狀態。

假設檢定：

$$\begin{cases} H_0: \text{有單根} & (\text{時間序列不平穩}) \\ H_a: \text{沒有單根} & (\text{時間序列平穩}) \end{cases}$$

決策規則：

- 若 p-value 大於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，則不拒絕  $H_0$ ，有單根，也就是時間序列不平穩，表示模型配適不合適。
- 若 p-value 小於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，則拒絕  $H_0$ ，沒有單根，也就是時間序列平穩，表示模型配適合適。

(4) 判斷參數估計值是否顯著，需不需要保留在模型中

- 若參數估計值的 p-value 大於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，表示不顯著，則不需要保留在模型中。
- 若參數估計值的 p-value 小於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，表示顯著，則需要保留在模型中。

(5) 找出最終合適之模型後，即可進行預測



## 2. ARIMA 之介入分析 (ARIMA With Intervention Analysis)

時間序列通常會因為外部事件的發生而受到影響，像是法令的變更、政治或經濟政策的改變、技術方面的提升、公司舉辦的促銷活動、公司員工的罷工、自然災害等等，這些外部事件稱之為介入，也就是所謂的介入變數。

Box 和 Tiao (1975) 提供一個方法來分析時間序列所存在的外部事件，而這一個方法被稱為介入分析，分析介入變數對於時間序列模型的影響。後來，Box 和 Tiao (1975) 以及 Box 和 Jenkins (1976) 在 ARIMA 模型中加入階梯函數 (Step Function) 與衝擊函數 (Pulse Function)，可以描述多種影響形式，參見 Bowerman、O'Connell 與 Koehler (2005)，如表二，介紹如下：

### (1) 階梯函數 (Step Function)

介入影響自時間序列在時間 T 起產生作用，影響程度並不會隨著時間的增加而降低，此種介入影響可以表示為：

$$S_t = \begin{cases} 0, & t < T \text{ (before the intervention)} \\ 1, & t \geq T \text{ (after the intervention)} \end{cases}$$

### (2) 衝擊函數 (Pulse Function)

介入影響自時間序列在時間 T 起產生作用，影響程度僅維持一期，此種介入影響可以表示為：

$$P_t = \begin{cases} 0, & t \neq T \\ 1, & t = T \end{cases}, \text{ 且 } P_t = (1 - B) S_t$$

表二 介入變數影響的形式

影響的形式	影響的模型
突然開始且長期持續	$CS_t$
逐漸開始且長期持續	$\frac{C}{1 - \delta B} S_t$
線性穩定成長	$\frac{C}{1 - B} S_t$
突然開始又突然下降	$CP_t$
突然開始然後逐漸下降	$\frac{C}{1 - \delta B} P_t$
突然開始然後逐漸下降至一個穩定的狀態	$\frac{C_1}{1 - \delta B} P_t + \frac{C_2}{1 - \delta B} P_t$

### 3. 時間序列迴歸法 ( Time Series Regression )

基本原理：

- (1) 事件發展呈線性關係，因此可透過此線性趨勢，根據過去事件的數據來推測未來事件的發展。
- (2) 事件發展具有隨機性，故未來事件的發展都可能因為外在因素及突發狀況的影響而使預測改變。

分析流程如下：

#### (1) 建立預設模型

此方法是根據變數本身過去事件的數據資料所存在的變異型態來建立模型以進行預測。是將時間序列以趨勢 (Trend ;  $TR_t$ )、季節 (Season ;  $SN_t$ ) 及殘差 ( $\varepsilon_t$ ) 來表示模型。

預設模型： $y_t = TR_t + SN_t + \varepsilon_t$  ,  $\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$  .

若將季節因子以月份為虛擬變數群 ( $M_1, M_2, \dots, M_{11}$ ) 表示，則模型如下：

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 M_1 + \beta_3 M_2 + \beta_4 M_3 + \dots + \beta_{12} M_{11} + \varepsilon_t , \varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2) .$$

$$M_1 = \begin{cases} 1, & \text{when JAN.} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} , M_2 = \begin{cases} 1, & \text{when FEB.} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} , \dots , M_{11} = \begin{cases} 1, & \text{when NOV.} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

#### (2) 診斷預設模型是否合適

使用 Durbin-Watson Test 來檢定誤差項是否存在一階自我相關

If  $\sum e_t^2 \cong \sum e_{t-1}^2$  ,

$$d (\equiv DW) = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} = \frac{\sum e_t^2 + \sum e_{t-1}^2 - 2 \sum e_t e_{t-1}}{\sum e_t^2} \cong 2(1 - \hat{\rho})$$

因為  $0 \leq |\rho| < 1$  ,  $d \cong 2(1 - \hat{\rho})$  , 所以

- 若  $\hat{\rho} = 1$  時，則  $d = 0$  (誤差項存在正自我相關)
- 若  $\hat{\rho} = 0$  時，則  $d = 2$  (誤差項不存在自我相關)
- 若  $\hat{\rho} = -1$  時，則  $d = 4$  (誤差項存在負自我相關)

#### (3) 修正預設模型直到誤差項消除自我相關性，得出最終模型，即可進行預測

#### 4. 指數平滑法 ( Exponential Smoothing Method )

指數平滑法由 Brown ( 1959 ) 、Holt ( 1957 ) 以及 Winters ( 1960 ) 相繼提出，並激發了一些十分成功的預測方法。指數平滑法由 Brown 在時間序列分析和加權平均法的基礎上率先提出，當時此方法只有考慮時間序列的水平 ( Level ) 需求，為簡單指數平滑法。隨後，Holt 將簡單指數平滑法擴展到可以預測具有趨勢 ( Trend ) 的數據，為 Holt's Linear method。Holt 和 Winters 再延伸 Holt 的方法，將季節 ( Seasonal ) 因素也納入考量，為 Holt-Winters method，而其又可以再細分成變異數平穩，不隨時間的改變而改變的 Additive Holt-Winters method 以及變異數不平穩，會隨著時間的改變而改變的 Multiplicative Holt-Winters method。

指數平滑法的基本概念為對過去時間序列做加權平均，而權重的多寡取決於時間點的遠近，越接近現在的時間點其權重越大，越遠離現在的時間點其權重越小，權重是呈指數型衰減。按照原始資料的時間序列圖，可以判斷其所需使用的方法，大致可分為：

- Holt's Linear method :

$$L_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta (L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta) b_{t-1}$$

$$F_{t+m} = L_t + b_t m$$

- Additive Holt-Winters method :

$$L_t = \alpha (Y_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \gamma (L_t - L_{t-1}) + (1 - \gamma) b_{t-1}$$

$$S_t = \delta (Y_t - L_t) + (1 - \delta) S_{t-s}$$

$$F_{t+m} = (L_t + b_t m) S_{t-s+m}$$

- Multiplicative Holt-Winters method :

$$L_t = \alpha (Y_t / S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \gamma (L_t - L_{t-1}) + (1 - \gamma) b_{t-1}$$

$$S_t = \delta (Y_t / L_t) + (1 - \delta) S_{t-s}$$

$$F_{t+m} = (L_t + b_t m) S_{t-s+m}$$

其中， $\alpha$  為水平項的權重， $\beta$  和  $\gamma$  為趨勢項的權重， $\delta$  為季節項的權重， $t$  為時期， $s$  為預測值， $m$  為進行預測的時間至預測當期的間隔期數。

### 第三章 資料分析

#### 第一節 原始資料說明

此份報告的資料為台灣咖啡銷售量，其資料來源為經濟部統計處，時間從 2000 年 1 月至 2019 年 12 月，共 240 筆月資料，而將其分成以下兩部分：

- (1) 樣本內期間：前 228 筆資料，為樣本內資料，主要用來配適模型。
- (2) 樣本外期間：後 12 筆資料，為樣本外資料，用來做預測對照。

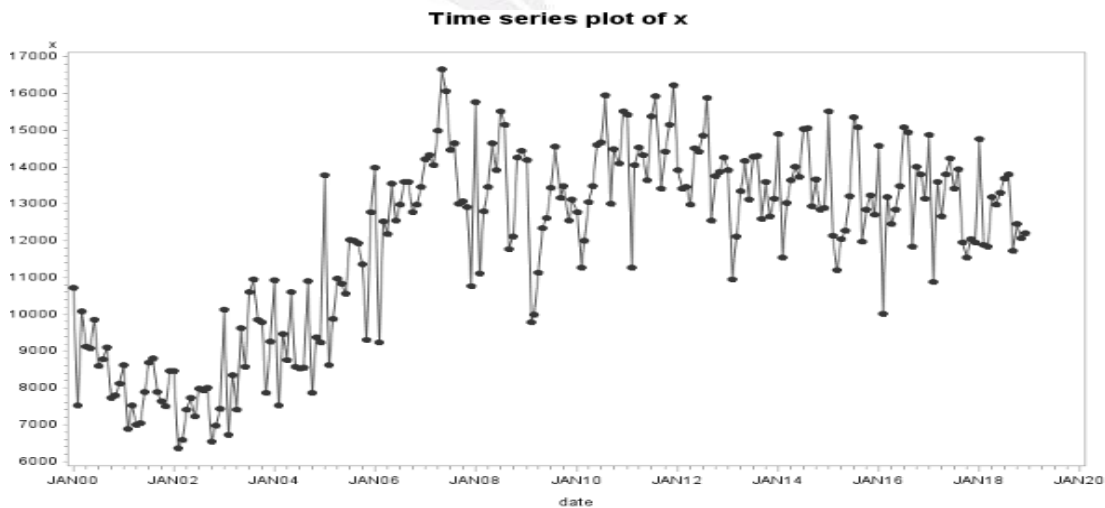
也就是，使用 2000 年 1 月至 2018 年 12 月的 228 筆月資料進行分析，再預測保留的 2019 年的 12 筆月資料。

並由表三可以看出，台灣平均每月咖啡銷售量為 11996.37(千公升)，最低月銷售量為 6361(千公升)，最高月銷售量為 16673(千公升)。

表三 基本統計量

樣本數	最大值	中位數	最小值	平均數	變異數
240	16673.00	12749.00	6361.00	11996.37	6440373.11

圖一為座標 X 軸是年月份，從 2000 年 1 月開始，至 2018 年 12 月為止；座標 Y 軸是台灣咖啡銷售量，以千公升為單位。也可從圖一看出，以前的咖啡市場並不盛行，接著市場開始擴張至這幾年市場逐漸有飽和的現象。

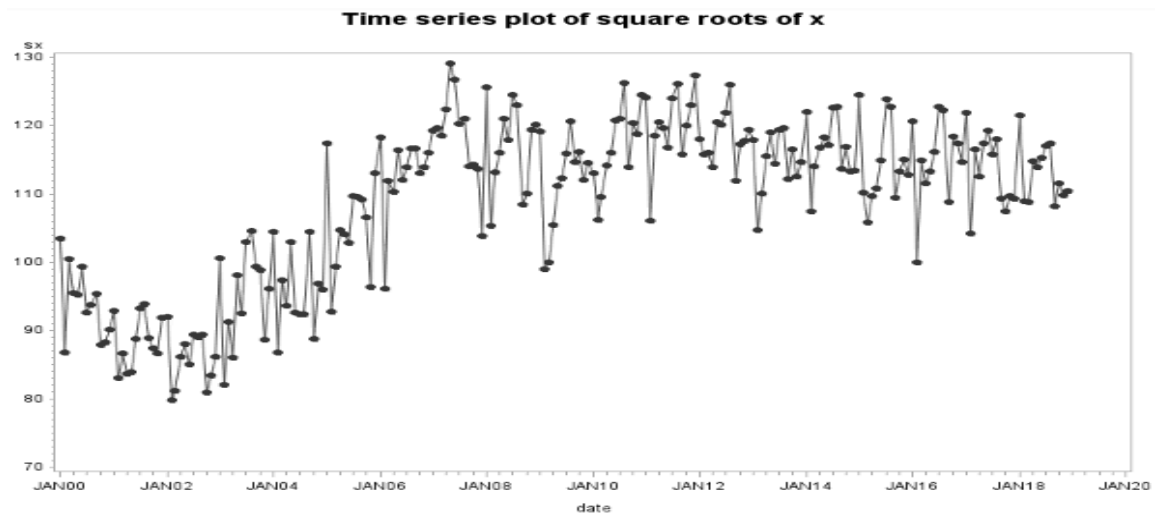


圖一 咖啡銷售量之原始時間序列圖

## 第二節 ARIMA 模型

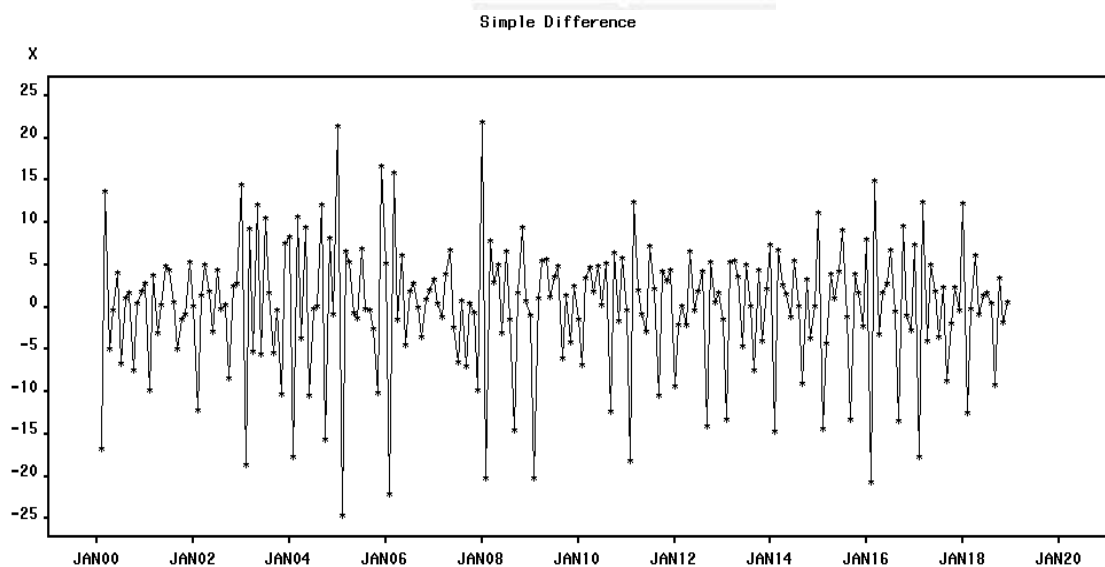
### 一、分析原始資料的時間序列圖

由於從原始時間序列圖(圖一)中，得知資料的平均數與變異數皆為不平穩的。而因為變異數不平穩，因此對資料做開根號轉換，如圖二，可以看出變異數不平穩的情況有稍微變好點，所以決定以開根號後的資料來進行分析。



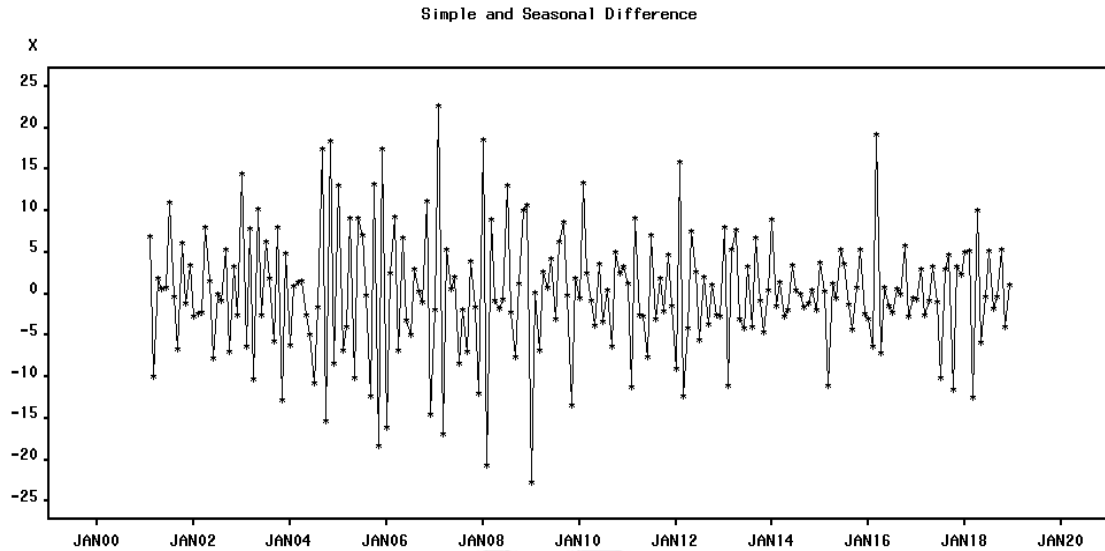
圖二 開根號轉換後之時間序列圖

又因為平均數不平穩，因此再對其做一次差分，如圖三，可見資料大致呈現平穩的狀態。



圖三 開根號轉換及一次差分後之時間序列圖

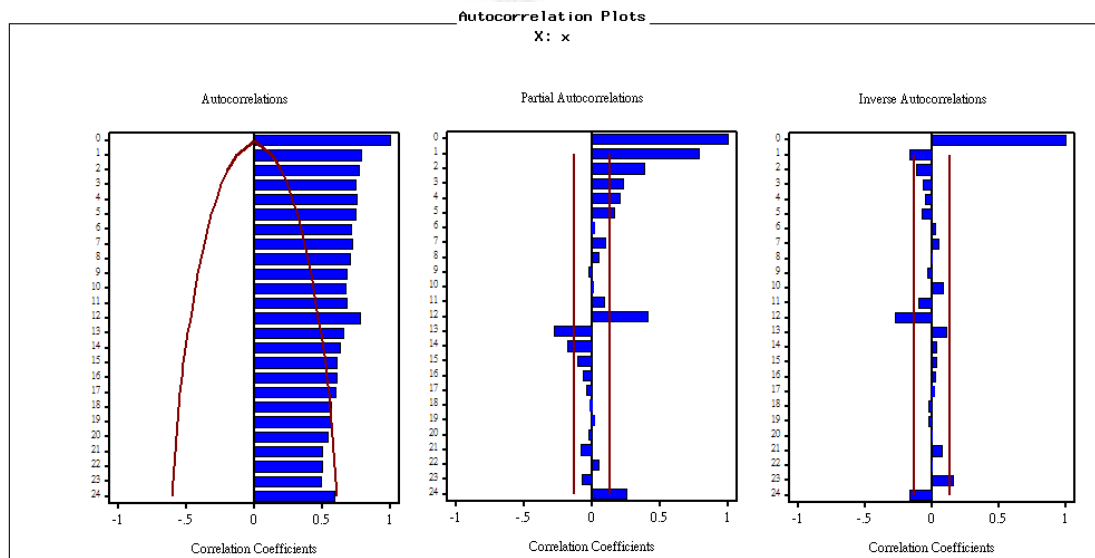
而因為該資料有季節性，需要做季節差分，因此又再對其做季節差分，如圖四，表示資料呈現有更平穩的狀態。



圖四 開根號轉換及一次、季節差分後之時間序列圖

## 二、分析原始資料的 ACF 與 PACF 圖

從圖五可以看出，ACF dies down slowly 且 PACF cuts off after lag 2，表示平均數不平穩，而當平均數不平穩時須對資料做差分。

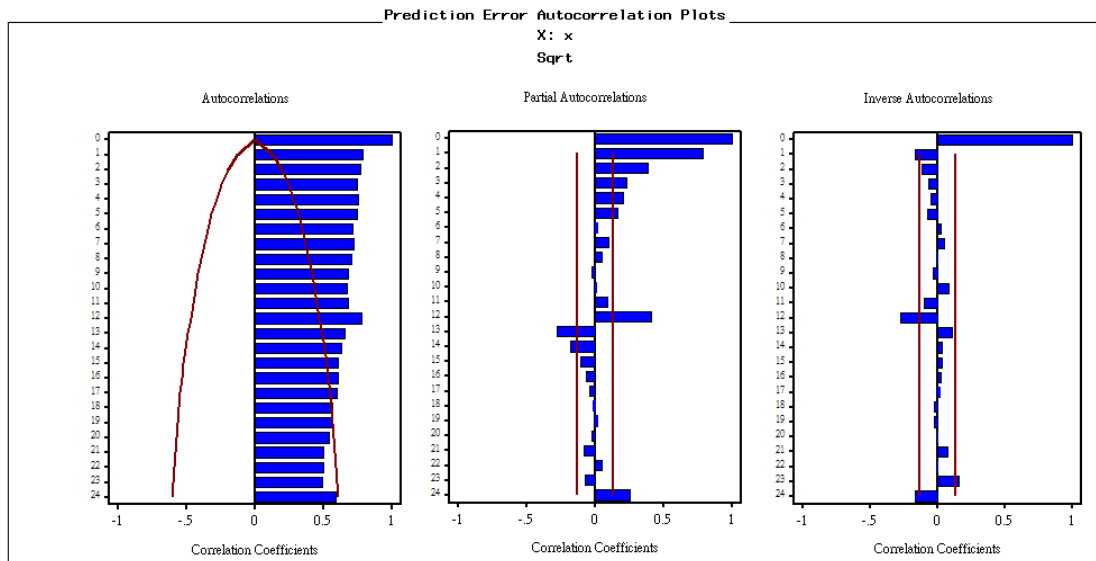


圖五 原始資料之 ACF 與 PACF 圖



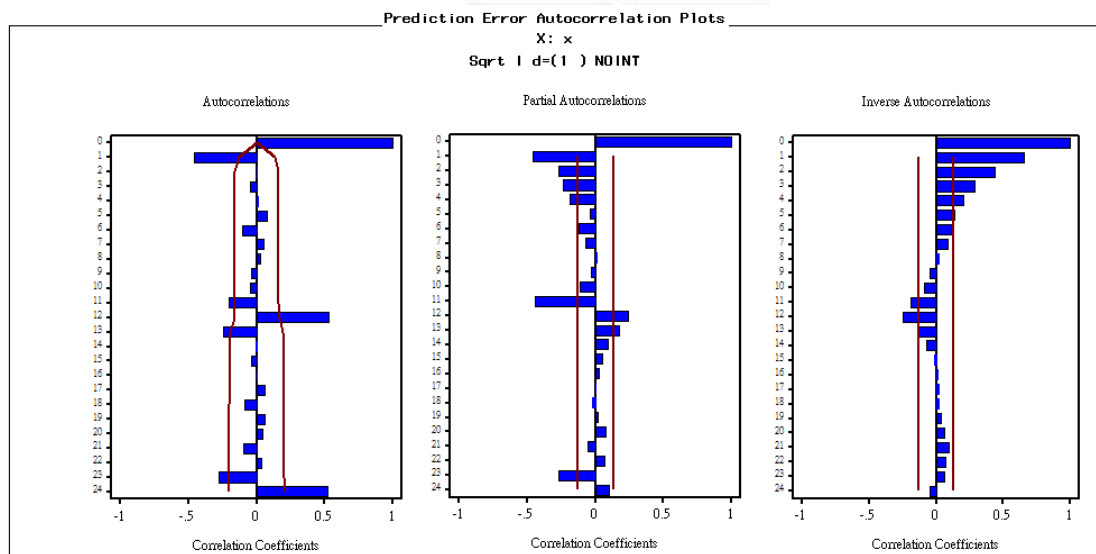
原始資料之 ACF 與 PACF 圖(圖五)與開根號轉換後之 ACF 與 PACF 圖(圖六)，可以明顯看出兩者其實沒什麼差異。但進行開根號轉換的時間序列圖(圖二)比無開根號轉換的時間序列圖(圖一)有較集中的現象，因此對此還是有對資料做開根號轉換。

從圖六可以看出，經過開根號轉換後的 ACF 圖仍然呈現的是 dies down slowly 的狀態，更確定了此份資料在經過轉換後，平均數依舊是不平穩的，所以再對資料做一次差分。



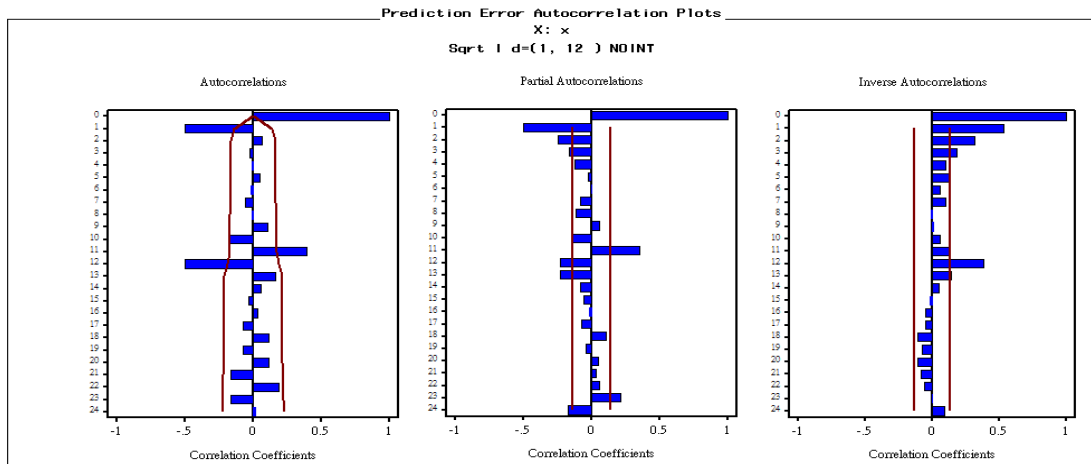
圖六 開根號轉換後之 ACF 與 PACF 圖

從圖七可以看出，在對其做一次差分後，ACF 圖的 lag12 以及 lag24 突出且超出兩倍標準差，表示資料有明顯的季節循環，需要做季節差分。



圖七 開根號轉換及一次差分後之 ACF 與 PACF 圖

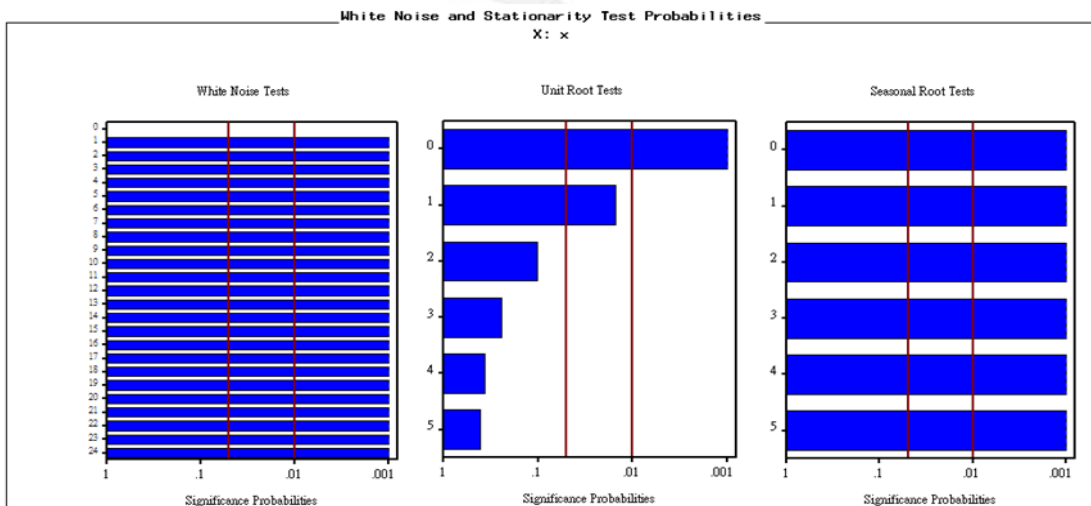
從圖八可以看出，在對其做季節差分後，ACF 有明顯的 cuts off 且 PACF 有明顯的 dies down quickly，表示此時間序列已經達到平穩的狀態。



圖八 開根號轉換及一次、季節差分後之 ACF 與 PACF 圖

### 三、分析原始資料的白噪音與單根檢定

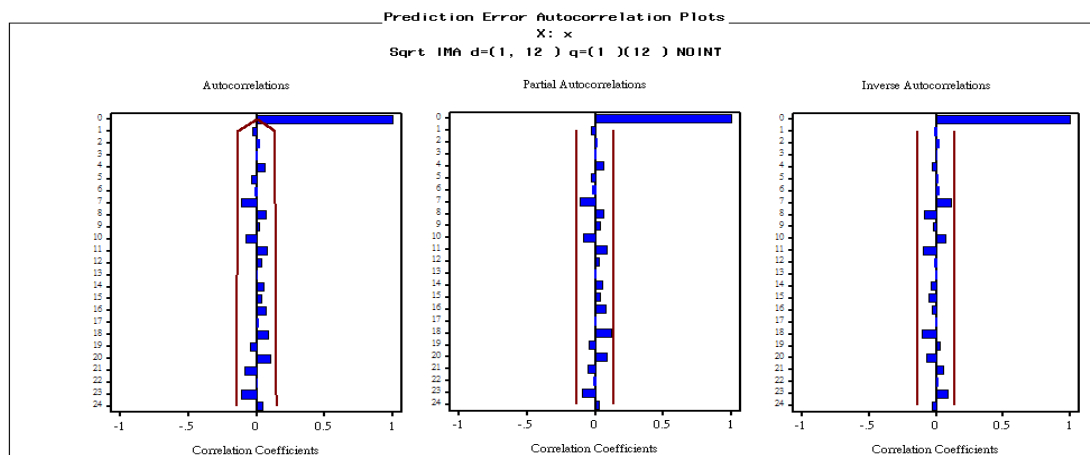
從圖九可以看出，配適模型前之白噪音檢定，p-value 皆小於顯著水  $\alpha = 0.05$ ，因此拒絕虛無假設，原始時間序列不為白噪音，表示，原始時間序列有自我相關。也可以從圖九看出，配適模型前之單根檢定，p-value 大部分大於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，因此不拒絕虛無假設，表示時間序列未達到平穩的狀態。綜合以上的白噪音及單根檢定，我們需要進行模型的配適使其殘差項無自我相關以及時間序列要達到平穩的狀態。



圖九 原始資料之白噪音與單根檢定

#### 四、 配適模型

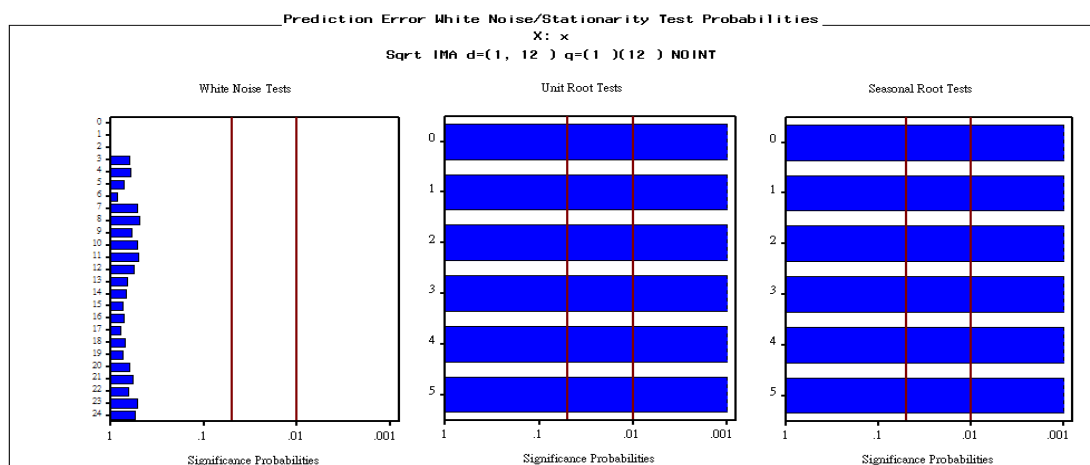
從圖十可以看出，經過開根號轉換並且配適 ARIMA(0,1,1)(0,1,1)<sub>s</sub>NOINT 的模型後，所有 lag 都在兩倍標準差之內，表示模型配適應屬合適。



圖十 ARIMA 模型-配模後之 ACF 與 PACF 圖

#### 五、 診斷分析

為了檢驗模型是否合適，因此進行白噪音檢定，此為檢定殘差項是否為白噪音，也就是說資料是否有自我相關。診斷結果如圖十一，得知 p-value 皆大於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，因此不拒絕虛無假設，殘差項是白噪音，表示殘差項無自我相關。而檢驗模型是否合適，也可以進行單根檢定，此為檢定時間序列是否平穩。診斷結果如圖十一，得知 p-value 皆小於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，因此拒絕虛無假設，表示時間序列已達到平穩的狀態。綜合以上的白噪音及單根檢定，可以說這個模型的配適是合適的。



圖十一 ARIMA 模型-白噪音及單根檢定

## 六、預測方程式

從以上的白噪音以及單根檢定可以得知，此模型應屬配適合適。並由表四，可以寫出此模型的預測方程式為：

$$(1 - B)(1 - B^{12})y_t = (1 - \theta_1 B^1)(1 - \theta_{12} B^{12})a_t, a_t \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2),$$

$$y_t = \sqrt{z_t},$$

$$\hat{\theta}_1 = 0.64592, \hat{\theta}_{12} = 0.81727, \hat{\sigma}^2 = 21.57112.$$

而配適模型後，要檢查模型中各參數是否需要保留在模型中。其檢查方法為若  $p\text{-value} < \alpha = 0.05$ ，則拒絕虛無假設，參數必須保留在模型內。檢查結果如表四，參數項之  $p\text{-value}$  皆小於  $\alpha = 0.05$ ，因此參數需保留在模型中。

表四 ARIMA 模型-模型參數估計值及參數顯著檢定

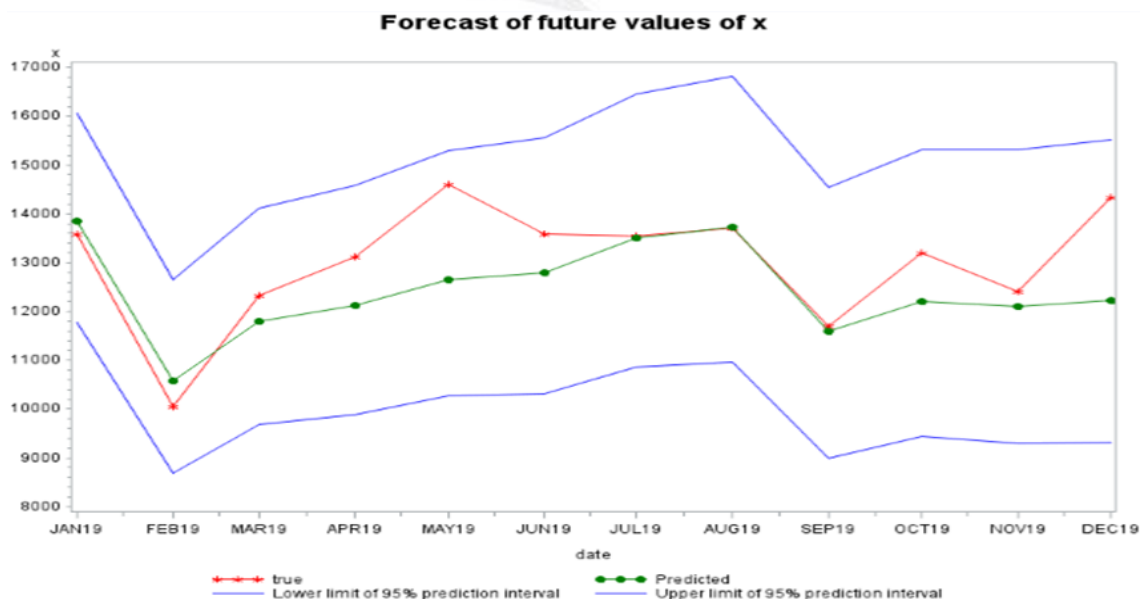
Model Parameter	Estimate	Std.Error	T	Pr >   T
$\theta_1$	0.64592	0.0513	12.5913	<.0001
$\theta_{12}$	0.81727	0.0513	15.9237	<.0001
$\sigma^2$	21.57112			

### 七、 預測

以樣本內的資料建立模型後，便可使用此模型來預測未來值，進行樣本外的十二筆資料的預測，其值以及 95%信賴區間上下界，如表五。我們透過此表將 2019 年 12 筆月資料的實際值與預測值做比較，從圖十二可以看出，預測值與實際值幾乎要有重疊的情況發生，且所有預測值皆落在預測之 95%信賴區間的範圍之內，表示所建立出來的模型其預測能力良好。

表五 ARIMA 模型-樣本外 12 筆實際值、預測值

DATE	ACTUAL	PREDICT	L95	U95
JAN19	13594	13845	11785	16070
FEB19	10057	10577	8684	12657
MAR19	12317	11796	9689	14111
APR19	13130	12116	9879	14581
MAY19	14601	12662	10276	15297
JUN19	13596	12795	10303	15556
JUL19	13544	13510	10854	16456
AUG19	13710	13736	10968	16816
SEP19	11701	11596	8987	14537
OCT19	13208	12201	9444	15311
NOV19	12417	12113	9292	15308
DEC19	14336	12215	9309	15516



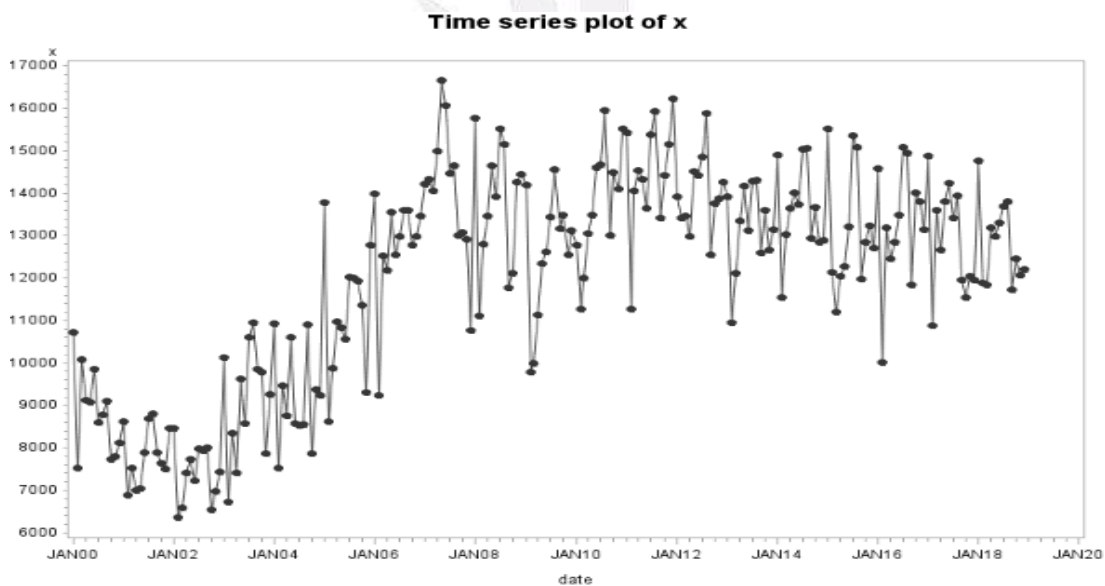
圖十二 ARIMA 模型-95%信賴水準之預測圖

### 第三節 ARIMA 之介入分析

#### 一、分析原始資料的時間序列圖

由圖十三可以看出，此時間序列的趨勢為漸漸增加而後趨向穩定( gradual start and permanent effect )，表示時間序列有受到特殊外部事件的影響，而這些外部事件就是所謂的干預，其會影響變數的預測。

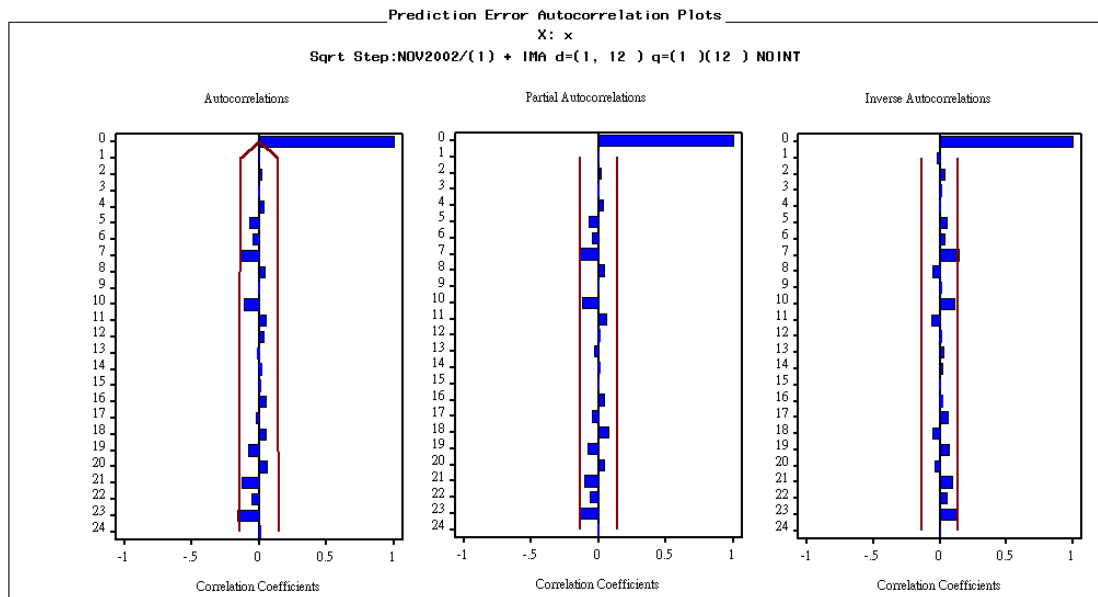
經過調查，位居連鎖咖啡排行冠軍的星巴克在 1999 年開始至 2005 年進行多元化的經營模式，更是在 2002 年 11 月，開始正式推出方便攜帶又免用現金的星巴克隨身卡，其卡可以使用現金或信用卡進行多次重覆儲值，每次儲值可獲得對應的紅利點數，而這些紅利點數可以兌換星巴克的咖啡或者獨特商品，促進咖啡市場擴張。於是市場看好國人愛喝咖啡的商機，在 2004 年 85 度 C 本土連鎖店陸續興起以及 2005 年統一超商 7-11 開始販賣自有咖啡品牌 City Café，更是帶動平價咖啡市場起飛，使台灣擁有相對成熟的咖啡市場。



圖十三 咖啡銷售量之原始時間序列圖

## 二、配適模型

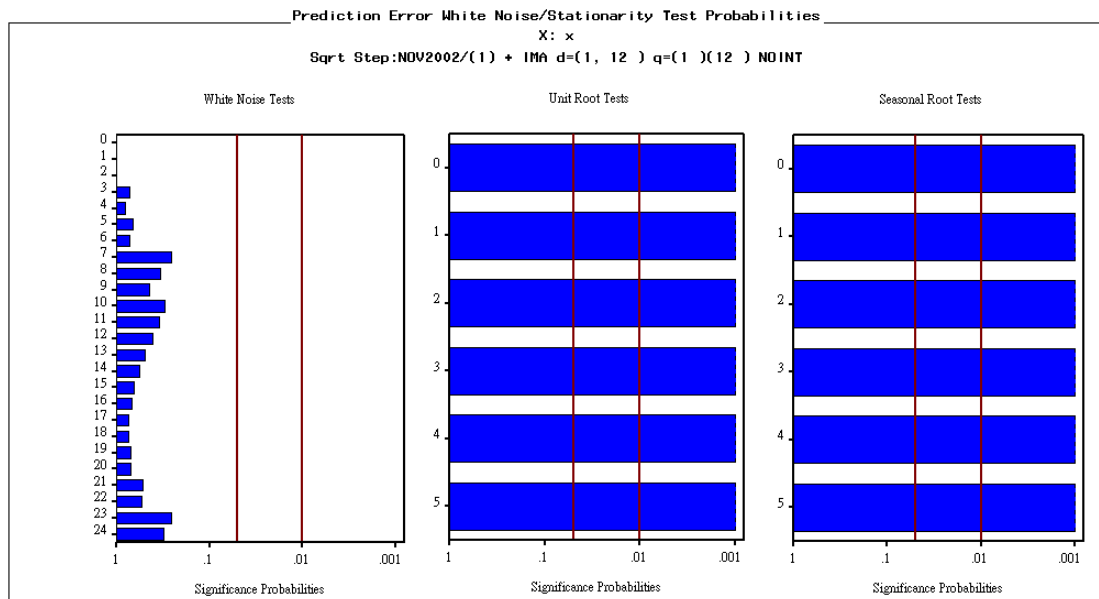
由於以上事件的影響導致咖啡銷售量逐漸上升至這幾年穩定的狀態，我們可從表二得知，其影響的形式為逐漸開始且長期持續，故將找到的 2002 年 11 月這一個影響點使用 Step 的方式加入模型裡。從圖十四可以看出，經過開根號轉換並且配適 ARIMA(0,1,1)(0,1,1)<sub>s</sub> NOINT 的模型再加上介入分析後，所有 lag 都在兩倍標準差之內，表示模型配適應屬合適。



圖十四 ARIMA 之介入分析-配模後之 ACF 與 PACF 圖

### 三、 診斷分析

為了檢驗加入介入分析的模型是否合適，因此進行白噪音檢定，此為檢定殘差項是否為白噪音，也就是說資料是否有自我相關。診斷結果如圖十五，得知 p-value 皆大於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，因此不拒絕虛無假設，殘差項是白噪音，表示殘差項無自我相關。而檢驗加入介入分析的模型是否合適，也可以進行單根檢定，此為檢定時間序列是否平穩。診斷結果如圖十五，得知 p-value 皆小於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，因此拒絕虛無假設，表示時間序列已達到平穩的狀態。綜合以上的白噪音及單根檢定，可以說這個加入介入分析的模型的配適是合適的。



圖十五 ARIMA 之介入分析-白噪音及單根檢定



#### 四、預測方程式

從以上的白噪音以及單根檢定可以得知，此模型應屬配適合適。而配適模型後，要檢查模型中各參數是否需要保留在模型中。其檢查的方法為若 p-value <  $\alpha = 0.05$ ，則拒絕虛無假設，參數必須保留在模型內。檢查結果如表六，參數項之 p-value 皆小於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，因此參數需保留在模型中。

■ 未加入介入分析的模型之預測方程式為：

$$(1 - B)(1 - B^{12})y_t = (1 - \theta_1 B^1)(1 - \theta_{12} B^{12})a_t, y_t = \sqrt{z_t}, a_t \sim N(0, \sigma^2) \text{ iid}$$

$$\rightarrow y_t = \frac{(1 - \theta_1 B^1)(1 - \theta_{12} B^{12})}{(1 - B)(1 - B^{12})} a_t, y_t = \sqrt{z_t}, a_t \sim N(0, \sigma^2) \text{ iid}$$

■ 加上介入分析做為此法的最終模型並由表六得知預測方程式為：

$$y_t = \frac{C}{1 - \delta B} S_t + \frac{(1 - \theta_1 B^1)(1 - \theta_{12} B^{12})}{(1 - B)(1 - B^{12})} a_t, y_t = \sqrt{z_t}, a_t \sim N(0, \sigma^2) \text{ iid}$$

$$\hat{\theta}_1 = 0.70759, \hat{\theta}_{12} = 0.83339, \hat{C} = 1.14273, \hat{\delta} = 0.98662, \hat{\sigma}^2 = 20.92108,$$

$$S_t = \begin{cases} 1, & \text{if } t \geq 35 \text{ (Nov. 2002)} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

表六 ARIMA 之介入分析-模型參數估計值及參數顯著檢定

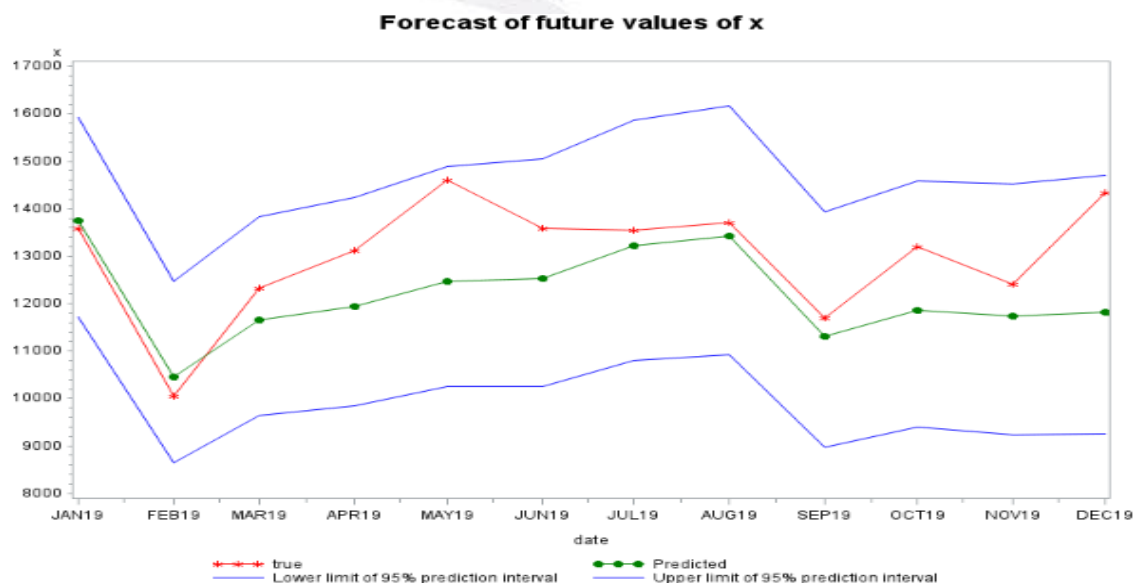
Model Parameter	Estimate	Std.Error	T	Pr >   T
$\theta_1$	0.70759	0.0481	14.6995	<.0001
$\theta_{12}$	0.83339	0.0518	16.0872	<.0001
C	1.14273	0.3607	3.1680	0.0018
$\delta$	0.98662	0.0094	105.4819	<.0001
$\sigma^2$	20.92108			

### 五、 預測

以樣本內的資料建立模型後，便可使用此模型來預測未來值，進行樣本外的十二筆資料的預測，其值以及 95%信賴區間上下界，如表七。我們透過此表將 2019 年 12 筆月資料的實際值與預測值做比較，從圖十六可以看出，所有的預測值與真實值差不了多少，且所有預測值皆落在預測之 95%信賴區間的範圍之內，表示所建立出來的模型其預測能力大致上為良好。

表七 ARIMA 之介入分析-樣本外 12 筆實際值、預測值

DATE	ACTUAL	PREDICT	L95	U95
JAN19	13594	13746	11725	15929
FEB19	10057	10464	8640	12462
MAR19	12317	11651	9651	13840
APR19	13130	11933	9838	14229
MAY19	14601	12464	10253	14891
JUN19	13596	12536	10252	15049
JUL19	13544	13218	10804	15875
AUG19	13710	13417	10919	16171
SEP19	11701	11318	8978	13929
OCT19	13208	11849	9395	14587
NOV19	12417	11729	9233	14523
DEC19	14336	11825	9265	14697



圖十六 ARIMA 之介入分析-95%信賴水準之預測圖

## 第四節 時間序列迴歸法

### 一、預設模型

預設模型為：

$$y_t = TR_t + SN_t + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad iid$$

其中  $y_t$  = 時間序列在時間  $t$  的觀察值

$TR_t$  = 時間  $t$  的趨勢項

$SN_t$  = 時間  $t$  的季節因子

$\varepsilon_t$  = 時間  $t$  的誤差項

在資料做完轉換後，將季節因子以月份為虛擬變數來表示，配適的時間序列迴歸模型如下：

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 M_1 + \beta_3 M_2 + \beta_4 M_3 + \dots + \beta_{12} M_{11} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \quad iid$$

$$M_1 = \begin{cases} 1, & \text{when JAN.} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, M_2 = \begin{cases} 1, & \text{when FEB.} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \dots, M_{11} = \begin{cases} 1, & \text{when NOV.} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y_t = \sqrt{z_t},$$

其中  $M_1, M_2, \dots, M_{11}$  為季節虛擬變數。

### 二、診斷預設模型是否適合

表八 時間序列迴歸法-預設模型的 DW 值

Durbin-Watson Statistics	
DW	0.4320
Pr < DW	< .0001
Pr > DW	1.0000

由表八可以得知，Durbin-Watson 值為 0.4320，屬於正自我相關。再進一步去做自我相關的檢定，可以從表八發現，Pr < DW 的值小於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，表示此模型的誤差項存在正自我相關，所以需要修正預設模型。

### 三、修正後的模型

因為預設模型的誤差項存在正自我相關，故需要修改原本的預設模型，使其消除自我相關性，因此將誤差項配適 AR(2)。根據表九可以得到，此模型的自迴歸參數估計值、參數估計值以及標準差，並將其所有值代入模型中，由此可以寫出修正後的模型為：

$$y_t = 95.7090 + 0.1110t + 6.1432M_1 - 8.7760M_2 - 2.5360M_3 - 1.5785M_4 + 1.8096M_5 + 1.0142M_6 + 4.0162M_7 + 5.1271M_8 - 1.3653M_9 - 1.3427M_{10} - 1.8910M_{11} + \varepsilon_t,$$

$$\varepsilon_t = 0.458537\varepsilon_{t-1} + 0.411115\varepsilon_{t-2} + a_t, \quad a_t \sim N(0, \sigma^2), \quad iid$$

$$M_1 = \begin{cases} 1, & \text{when JAN.} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad M_2 = \begin{cases} 1, & \text{when FEB.} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad \dots, \quad M_{11} = \begin{cases} 1, & \text{when NOV.} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases},$$

$$y_t = \sqrt{z_t}, \quad \hat{\sigma}^2 = 21.62892.$$

表九 時間序列迴歸法-修正後的模型的參數估計表

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr >  t
$\beta_0$	95.7090	4.3985	21.76	<.0001
$\beta_1$	0.1110	0.0318	3.49	0.0006
$\beta_2$	6.1432	1.2458	4.93	<.0001
$\beta_3$	-8.7760	1.2449	-7.05	<.0001
$\beta_4$	-2.5360	1.4382	-1.76	0.0793
$\beta_5$	-1.5785	1.4858	-1.06	0.2893
$\beta_6$	1.8096	1.5441	1.17	0.2425
$\beta_7$	1.0142	1.5489	0.65	0.5133
$\beta_8$	4.0162	1.5409	2.61	0.0098
$\beta_9$	5.1271	1.4787	3.47	0.0006
$\beta_{10}$	-1.3653	1.4284	-0.96	0.3402
$\beta_{11}$	-1.3427	1.2274	-1.09	0.2752
$\beta_{12}$	-1.8910	1.2297	-1.54	0.1256
$\phi_1$	0.458537	0.062461	7.34	
$\phi_2$	0.411115	0.062461	6.58	

#### 四、診斷修正後的模型是否適合

表十 時間序列迴歸法-修正後的模型的 DW 值

Durbin-Watson Statistics	
DW	2.1892
Pr < DW	0.9177
Pr > DW	0.0823

確定將誤差項配適 AR(2) 後，由表十可以得知，Durbin-Watson 值為 2.1892，表示此模型的殘差沒有一階正負自我相關。再進一步去做自我相關的檢定，可以從表十發現，Pr < DW 的值以及 Pr > DW 的值皆大於顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，表示已經消除自我相關性，因此修正後模型為合適的。

#### 五、診斷虛擬變數的解釋力大小

為了解額外增加的變數，在此指的是虛擬變數群  $(M_1, M_2, \dots, M_{11})$ ，是否有提供足夠的額外解釋力，所以做 Partial F Test 來看這些虛擬變數是否需要包括在模型裡。

首先，建立兩個模型，一個為較複雜的全模型，一個為較簡單的縮減模型，其差別在於存在虛擬變數與否。

- 全模型 ( Full model ) :

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 M_1 + \beta_3 M_2 + \beta_4 M_3 + \dots + \beta_{12} M_{11} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2).$$

- 縮減模型 ( Reduced model ) :

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t, \varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2).$$

為了檢驗全模型是否優於縮減模型，因此進行 Partial F Test，此為檢定虛擬變數群  $(M_1, M_2, \dots, M_{11})$  是否對解釋力有貢獻，是否影響  $y_t$ 。

Partial F Test 之假設檢定：

$$\begin{cases} H_0: \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \dots = \beta_{12} = 0 \text{ ( 虛擬變數不影響 } y_t \text{ )} \\ H_a: \text{至少有一個 } \beta_i \neq 0, i = 2 \sim 12 \text{ ( 虛擬變數影響 } y_t \text{ )} \end{cases}$$

由於模型中包含的參數越多，則誤差平方和越小，因此比較此兩模型的誤差平方和，即  $SSE_F$  與  $SSE_R$ 。由建立的模型可知，因為縮減模型比全模型少了 11 個虛擬變數，所以  $SSE_R$  比  $SSE_F$  來得大。

根據表十一及表十二可以得到，全模型與縮減模型的誤差平方和以及自由度，並將其值代入公式，由此可以算出 F 統計量。

$$F \text{ 統計量} = \frac{(SSE_R - SSE_F) / (df_R - df_F)}{SSE_F / df_F} = \frac{(17875 - 14520) / (226 - 215)}{14520 / 215}$$

$$= \frac{3355 / 11}{14520 / 215} = 4.5162$$

表十一 Full model - 變異數分析

Source	DF	Sum of Square	Mean Square	F Value	Pr > F
Regression	12	18737	1561.38410	23.12	< .0001
Error	215	14520	67.53454		
Total	227	33257			

表十二 Reduced model - 變異數分析

Source	DF	Sum of Square	Mean Square	F Value	Pr > F
Regression	1	15382	15382	194.48	< .0001
Error	226	17875	79.09147		
Total	227	33257			

由前述所算出的 F 統計量，當顯著水準  $\alpha = 0.05$ 、 $df_R = 226$  及  $df_F = 215$ ，並依據決策規則來判斷虛擬變數對解釋力的影響程度。

Partial F Test 之決策規則：

1. 若  $F \leq F_{\alpha}(df_R - df_F, df_F)$ ，則拒絕  $H_0$ 。
2. 若  $F > F_{\alpha}(df_R - df_F, df_F)$ ，則不拒絕  $H_0$ 。

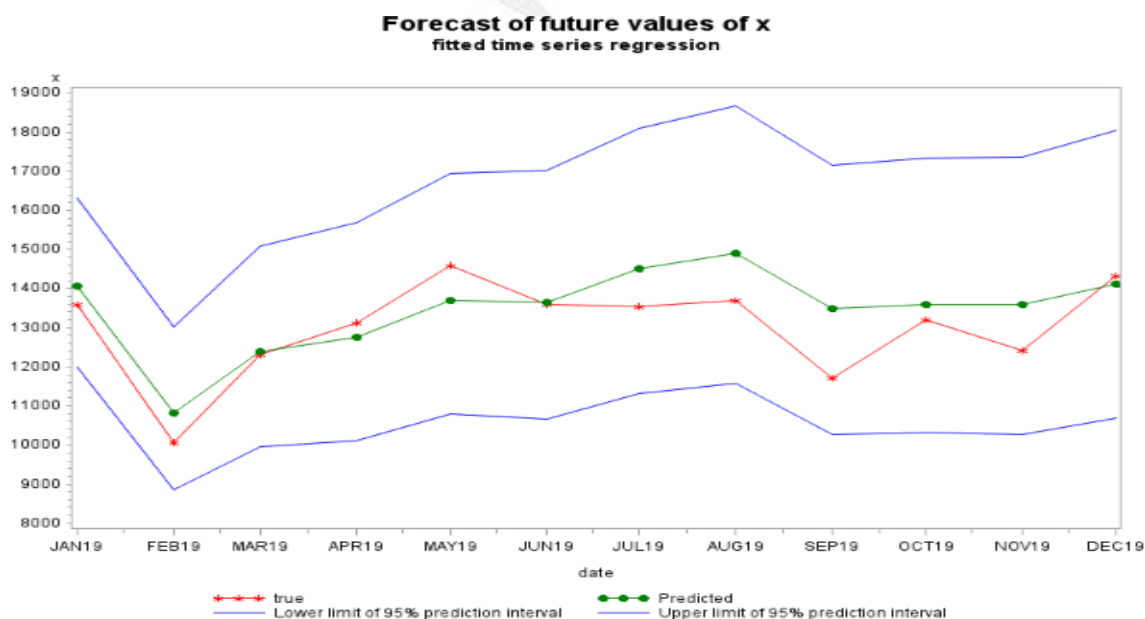
因為  $F = 4.5162 > F_{0.05}(11, 215) = 1.833387$ ，所以不拒絕  $H_0$ ，表示虛擬變數有提供足夠的額外解釋力，因此需要包括在模型裡。

## 六、 預測

以樣本內的資料建立模型後，便可使用此模型來預測未來值，進行樣本外的十二筆資料的預測，其值以及 95%信賴區間上下界，如表十三。我們可以透過此表將 2019 年 12 筆月資料的實際值與預測值做比較，從圖十七可以看出，所有的預測值與實際值差不了多少，且所有預測值皆落在預測之 95%信賴區間的範圍之內，表示所建立出來的模型其預測能力大致上為良好。

表十三 時間序列迴歸法-樣本外 12 筆實際值、預測值

DATE	ACTUAL	PREDICT	L95	U95
JAN19	13594	14069	11990	16315
FEB19	10057	10828	8845	13012
MAR19	12317	12393	9957	15094
APR19	13130	12749	10117	15686
MAY19	14601	13697	10805	16933
JUN19	13596	13655	10653	17029
JUL19	13544	14511	11311	18108
AUG19	13710	14913	11586	18658
SEP19	11701	13489	10273	17142
OCT19	13208	13606	10324	17340
NOV19	12417	13583	10262	17369
DEC19	14336	14127	10700	18030



圖十七 時間序列迴歸法-修正後的模型的 95%信賴水準之預測圖

## 第五節 指數平滑法

### 一、預測方程式

因為此資料是具有季節性的且變異數不平穩，會隨著時間的改變而改變時，所以使用 Winters Method-Multiplicative 方法。

預測方程式為：

$$L_t = \alpha (Y_t / S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \gamma (L_t - L_{t-1}) + (1 - \gamma) b_{t-1}$$

$$S_t = \delta (Y_t / L_t) + (1 - \delta) S_{t-s}$$

$$F_{t+m} = (L_t + b_t m) S_{t-s+m}$$

由表十四可以獲得各個參數的估計值，從中得知趨勢項為不顯著，表示此變數的影響並不大，但是仍然要保留住，不將此項剔除。然後將各個參數估計值代入預測方程式：

$$L_t = 0.30684 (Y_t / S_{t-s}) + (1 - 0.30684)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = 0.00100 (L_t - L_{t-1}) + (1 - 0.00100) b_{t-1}$$

$$S_t = 0.10538 (Y_t / L_t) + (1 - 0.10538) S_{t-s}$$

$$F_{t+m} = (L_t + b_t m) S_{t-s+m}$$

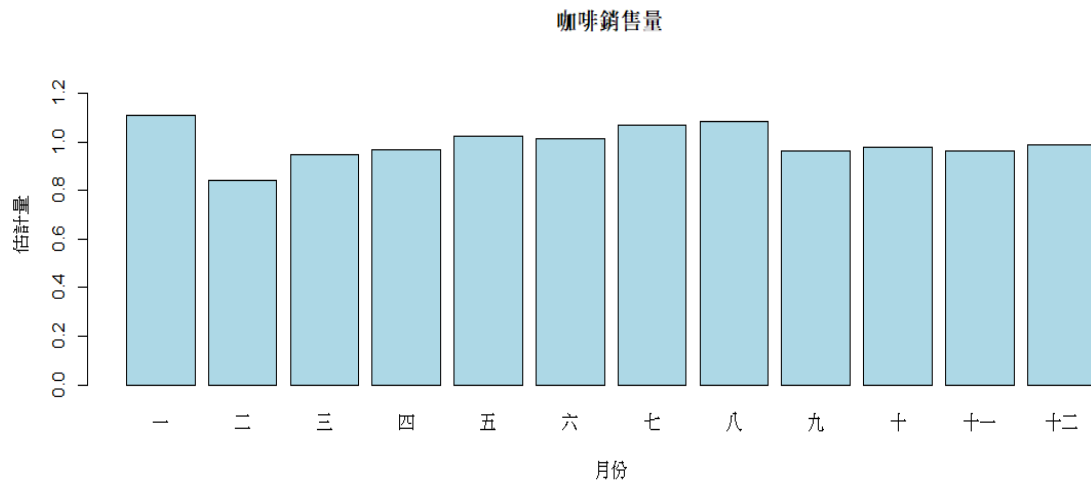
表十四 指數平滑法-參數估計表

Model Parameter	Estimate	Std. Error	T	Pr >  T
$\alpha$	0.30684	0.0330	9.2925	<.0001
$\gamma$	0.00100	0.0067	0.1485	0.8821
$\delta$	0.10538	0.0290	3.6372	0.0003
$\sigma^2$	1019030			
$L$	12601			
$b$	21.29621			
$S_1$	1.10949			
$S_2$	0.84038			
$S_3$	0.94606			
$S_4$	0.96489			
$S_5$	1.02296			
$S_6$	1.01480			



$S_7$	1.06873
$S_8$	1.08524
$S_9$	0.96187
$S_{10}$	0.97521
$S_{11}$	0.96037
$S_{12}$	0.98788

圖十八顯示  $S_1$ 、 $S_2$ 、...、 $S_{12}$  此 12 個月份的平滑季節因子，由圖十八可以看出，季節變化不是很大，其中一月、七月及八月的銷售量高，可見一年四季都能看到人們隨手一杯咖啡，並不像冰沙在夏季的銷售量會飆漲或者燒仙草在冬天會較多人購買。



圖十八 月份之參數估計量

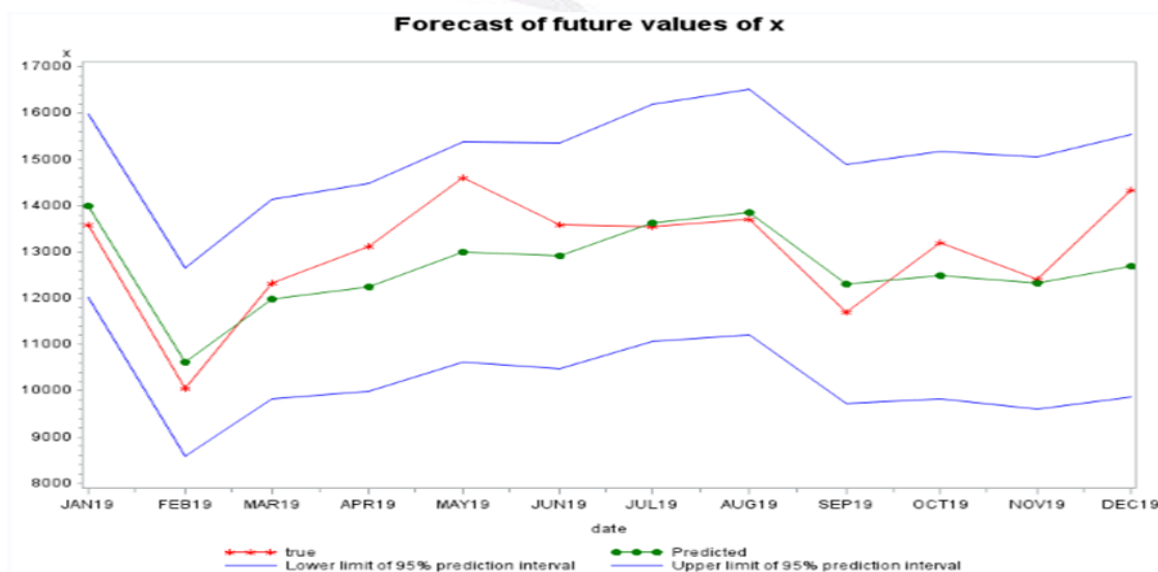


## 二、 預測

以樣本內的資料建立模型後，便可使用此模型來預測未來值，進行樣本外的十二筆資料的預測，其值以及 95%信賴區間上下界，如表十五。我們透過此表將 2019 年 12 筆月資料的實際值與預測值做比較，從圖十九可以看出，所有的預測值與真實值差不了多少，甚至幾乎要有重疊的情況，且所有預測值皆落在預測之 95% 信賴區間的範圍之內，表示此方法的預測能力大致上為良好。

表十五 指數平滑法-樣本外 12 筆實際值、預測值

DATE	ACTUAL	PREDICT	L95	U95
JAN19	13594	14004	12025	15982
FEB19	10057	10625	8594	12657
MAR19	12317	11981	9825	14138
APR19	13130	12240	9989	14491
MAY19	14601	12999	10627	15371
JUN19	13596	12917	10474	15360
JUL19	13544	13626	11056	16196
AUG19	13710	13860	11200	16520
SEP19	11701	12305	9718	14892
OCT19	13208	12496	9821	15171
NOV19	12417	12326	9602	15051
DEC19	14336	12700	9868	15533



圖十九 指數平滑法-95%信賴水準之預測圖

## 第六節 最佳模型的選擇

此份報告是預測咖啡銷售量之樣本外的資料。透過 ARIMA 模型、ARIMA 之介入分析、時間序列迴歸法以及指數平滑法來配適預測模式，並利用表十六的 RMSE，MAE 及 MAPE 這三個準則來評估何者為最佳之模型。而計算出的 RMSE，MAE 及 MAPE 此三個評估值於表十七。

表十六 模型評估準則

分析方法	公式	判斷準則
RMSE	$\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{n}}$	越小越好
MAE	$\frac{\sum_{t=1}^n  y_t - \hat{y}_t }{n}$	越小越好
MAPE	$\frac{\sum_{t=1}^n \frac{ y_t - \hat{y}_t }{y_t}}{n} * 100$	越小越好

表十七 四個方法之樣本內、外期間預測力

	RMSE	MAE	MAPE(%)
樣本外期間			
ARIMA 模型	985.407	720.250	5.362
ARIMA 介入分析	1180.383	931.583	6.940
時間序列迴歸法	862.776	699.750	5.530
指數平滑法	816.952	646.667	4.878
樣本內期間			
ARIMA 模型	1041.818	793.932	6.765
ARIMA 介入分析	1028.658	792.302	6.752
時間序列迴歸法	978.073	758.860	6.550
指數平滑法	1002.807	760.399	6.468

Lewis (1982) 和 Chen, Cheng 與 Sriboonchitta (2018)提供 MAPE 的評估準則，其預測力等級於表十八。

表十八 MAPE 預測力等級

MAPE (%)	說明
< 10	高度準確的預測
10 ~ 20	良好的預測
20 ~ 50	普通合理的預測
> 50	不準確的預測

根據表十八，可以發現此份報告利用的四個方法的 MAPE 皆小於 10%，因此所使用的模型及方法都提供高度準確的預測。由表十七可以看出，MSE，MAE 以及 MAPE 的最小值之分析方法皆為指數平滑法，因此，指數平滑法的預測表現最良好，所以最佳的預測方法為指數平滑法。我們更進一步得知，雖然樣本外期間是選擇指數平滑法來做預測的表現最好，但是樣本內期間卻是選擇時間序列迴歸法來配適模型的預測表現為最佳。



## 第四章 結論與建議

在本次報告中，共利用四種時間序列分析的模型/方法，依序為 ARIMA 模型、ARIMA 之介入分析、時間序列迴歸法以及指數平滑法，來分析台灣咖啡銷售量的情況。而這四個模型/方法所產生的預測值與實際值皆落在預測之 95% 信賴區間之內，且 MAPE 皆小於 10%，可見，在預測 2019 年 12 筆月資料用此四個模型/方法都為高度精準的預測。若要判斷在預測 2019 年 12 筆月資料何者模型/方法最佳時，則利用 RMSE、MAE 以及 MAPE 這三個準則，結果可以發現，以台灣咖啡產業為研究對象，去針對台灣的咖啡銷售量進行預測，相乘之指數平滑法的預測表現最良好，所以最佳的預測方法為相乘之指數平滑法。此外，本研究考慮到市場會受到很多外在因素而影響銷售量，所以將 2002 年 11 月星巴克推出的隨身卡此影響點加入介入分析，發現並未在預測 2019 年咖啡銷售量提供更好的改善，可能原因是影響點在樣本內期間過於久遠，因此對於樣本外期間無太大的影響，但對於樣本內期間卻是有提供更好的預測。

以前的咖啡市場並不盛行，但受到西方文化之消費需求趨勢的影響，市場開始擴張，並在 2005 年至 2006 年有明顯成長的趨勢，連鎖咖啡館遍及全台，平價咖啡蓬勃發展，國內咖啡市場需求增加，市場的競爭也因此越來越激烈。不過，至這幾年市場逐漸有飽和的現象，可見，在面對這股咖啡熱潮，咖啡業者該如何改變經營策略、調整行銷手法或強化產品特色，以抓住國人不斷地在轉變的飲食型態及喜好，找出新商機已經成為咖啡業者的思考重點。透過此次研究可以發現咖啡的銷售量會隨著時間的改變而改變，因此有對資料做開根號的轉換以及在指數平滑法使用相乘的方法，且咖啡的銷售量確實有季節循環，在一月、七月以及八月的銷售量較高，所以建議咖啡業者可以在銷售量低的月份提供促銷方案，以達到提升銷售量來增加收益的效果。

## 參考資料

- 經濟部統計處(2020)。工業產銷存動態調查。檢索日期：2020年5月8日。取自：  
<https://dmz26.moea.gov.tw/GMWeb/investigate/InvestigateDA.aspx>
- 郭琬婷與謝宗翰(2005)。全球行銷管理企業個案分析-以星巴克為例。檢索日期：2020年6月2日。取自：  
<http://dspace.lib.fcu.edu.tw/bitstream/2377/28153/1/D9238735941.pdf>
- 85度C重整旗鼓，全新二代店力拼星巴克。(2013年10月14日)。檢索日期：2020年6月2日。取自：  
[https://www.85cafe.com/News\\_content.php?data=1707](https://www.85cafe.com/News_content.php?data=1707)
- 陳宥臻(2016年3月30日)。從270萬到3億杯 CITY CAFE 成長嚇人。中國時報。檢索日期：2020年5月13日。取自：  
<https://www.chinatimes.com/newspapers/20160330000396-260102?chdtv>
- 王翠華(2013年11月)。我國咖啡市場分析。行政院農業委員會全球資訊網。檢索日期：2020年5月20日。取自：  
<https://www.coa.gov.tw/ws.php?id=2500436&print=Y>
- Brocklebank, J. C., Dickey, D. A., and Choi, B. S. (2018) SAS for Forecasting Time Series, Third Edition.
- Box, G. E. P., and Tiao, G. C. (1975) Intervention analysis with applications to economic and environmental problems. *Journal of the American Statistical Association*, 70, 70-74.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., and Reinsel, G. C. (2008) *Time series analysis: Forecasting and control*. San Francisco: Holden Day.
- Box, G. E. P., and Jenkins, J. M. (1976) *Time series analysis: Forecasting and control*. San Francisco, CA: Holden-Day.
- Bowerman, B. L., O'Connell, R. T., and Koehler, A. B. (2005) "Forecasting, time series, and regression: An applied approach". South-Western.
- Brown, R. G. (1959) *Statistical forecasting for inventory control*. New York: McGraw-Hill.
- Chen, C.W.S., Cheng, M.C., and Sriboonchitta, S. (2018) Predictive analytics of Taiwan inbound tourism from ASEAN 5, *International Journal of Tourism Sciences*, 18, 124-138.
- Holt, C.C. (1957) Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages. In *ONR research memorandum 52*. Pittsburgh, PA: Carnegie Institute of Technology, Graduate school of Industrial Administration.
- Lewis, C.D. (1982) *Industrial and business forecasting method*. London: Butterworths.
- Winters, P. R. (1960) Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. *Management Science*, 6, 324-342.