

# 教育部教學實踐研究計畫成果報告

計畫編號：PMS1080057

學門分類：數理學門

執行期間：2019/08/01 ~ 2020/07/31

## 運用線上數位教材增進微積分學習之效益評估 (微積分課程)

計畫主持人：張其棟

執行機構及系所：逢甲大學應用數學系暨微積分教學中心

繳交報告日期：2020/08/23

## 一. 報告內文

### 1. 研究動機與目的

許多理工或是商管學群的大學生都必須修習微積分 (calculus) 課程，認識基本的數學知識並熟悉對應的計算技巧，藉由微積分提供的紮實訓練發展進階科目的專業知識與技能。由於微積分兼具基礎而重要的特質，多數開設為大一的必修科目，在大學的專業養成教育佔有無可取代的重要地位，不過也因為其豐富多元的主題內容，加上必須使學生在短時間吸收大量數學知識並熟悉運算技巧，學習期間容易引起學生壓力而降低學習意願，使得部分學生疏於複習造成進度持續落後，經過長時間的累積形成學習成效不佳的局面。

為了改善微積分的教學成效，研究者近年發展翻轉教室 (flipped classroom) 融入微積分課程的教學模組，透過發佈於研究者個人教學網站『微積總棟員』

(<https://sites.google.com/site/calculusteaching/>) 的自製教學影片，搭配問題導向學習 (problem-based learning, PBL)、合作學習 (cooperative learning) 和即時回饋系統 (interactive response system, IRS) 的課堂活動設計，能確實引起學生學習動機並改善課堂氛圍 (張其棟、楊晉民, 2016)。不過一般而言翻轉教室需要經費支持 (Jungić, Kaur, Mulholland & Xin, 2015)，課堂活動與評量的實施也常需要助教的協助，考慮有限資源的客觀因素，未必能於每個微積分課堂落實翻轉教室的活動，因此在提供教學影片的前提下，培養學生適時利用線上教材進行自主學習的習慣，就成為一個可行的方案。

本研究將承接研究者於 107 學年度的教學實踐研究計畫成果 (張其棟, 2019) 並呼應上述問題，透過編製微積分數位筆記並持續改善即時回饋測驗系統題庫，以培養學生自主學習的習慣，提升線上數位教材的使用效率，因此本研究的研究目的如下：

- (1) 對現有的數位教材進行分析，編製分別適合理工與商管學群微積分課程的「微積分學習筆記」，並評估學生的學習成效。
- (2) 持續建置並改善微積分課程的即時回饋測驗系統題庫，瞭解其融入微積分教學的教學成效。

### 2. 文獻探討

#### 一、數位學習

數位學習 (e-learning) 是學習者透過數位媒體學習的過程，早期的數位媒體是錄音帶、廣播節目、電視和光碟片等，近年來則因為資通訊科技 (information and communication technology, ICT) 的發展，數位學習大多透過網際網路 (Internet) 來達成，讓學習的形式更為便利，使得數位學習蔚為風潮。數位學習依據執行方式有不同的型式，可以是同步 (synchronous) 或是非同步 (asynchronous) 學習，也可以搭配傳統教學變成混合式學習 (blended learning)，例如翻轉教室就是一種混合式學習模式，學生於課前透過線上影音教材預習課程進度，課堂上再參與教師所設計的教學活動，兼具數位學習與傳統教學的優點，可以達到提高學生課堂參與率、增加師生互動的效果 (Estes, Ingram, & Liu, 2014; Hamdan, McKnight, McKnight, & Arfstrom, 2013; Pappas, 2012)。另一個現今相當普及的數位教學模式則是大規模開放線上課程 (Massive Open Online Course)，一般簡稱為

磨課師 (MOOC/MOOCs) 或是慕課，是藉由網路連線進行的線上非同步學習，學習者可以依據自己的興趣和需求選擇磨課師課程，並以適合自己步調的方式進行學習，讓學習活動不再受限於傳統教室。一般而言，修習磨課師課程的人數非常多，修課人數可能高達成千上萬人，而且來自全球各個地方 (Rehfeldt, Jung, Aguirre, Nichols & Root, 2016)，除此之外，大多數的磨課師課程是免費的，可以吸引大量學生註冊參與，再加上彈性的學習步調，使得學生可以依據自身的需求自主學習 (DeBoer, Ho, Stump & Breslow, 2014)。

由於線上數位學習具有非同步、不受時空限制，以及可以由學習者自我掌控步調的優點，故本研究採用研究者發佈於『微積總棟員』教學網站的線上數位教材，包括教學影片、單元講義以及練習題庫 (圖 1)，作為輔助學生學習微積分的主要工具。

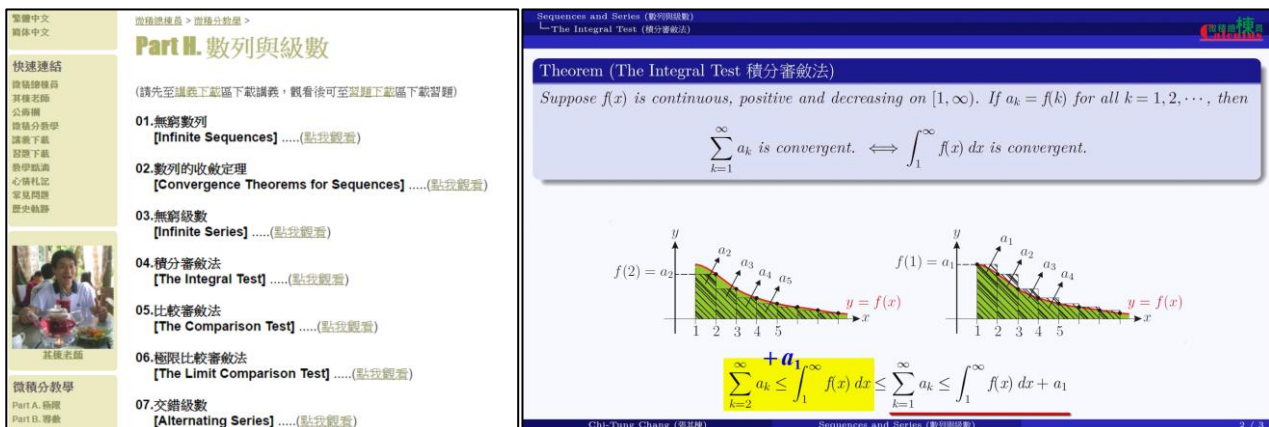


圖 1 『微積總棟員』教學網站 (左) 與線上教學影片 (右) 的截圖

## 二、即時回饋測驗系統

由於資通訊科技的發展，使得智慧型手機或是平板電腦更加普及，促成行動載具被大量使用在課堂輔助教學活動，而研究結果顯示資通訊科技融入教學活動可以有效提高學習成效 (Casey & Jones, 2011; Parton & Light, 2010)。即時回饋系統 (IRS) 即為在教學現場最常使用的平台介面，其運作方式為平台系統將教師與學生透過行動載具進行串聯，教師和學生可以彼此即時分享傳遞訊息，使得教師可以掌握學生回饋資訊，隨時檢視學生學習成效，有增進學生專注力、紀錄學習歷程、增加師生互動、落實多元評量等許多優點，然而亦有客觀的條件限制，例如學生的數位落差問題、師生必須具備資訊設備的使用能力、系統設備花費較高等缺點 (Beatty, Cerace, Leonard, & Dufresne, 2006; Chang, Chen, & Hsu, 2012; Wang, Elvemo, & Gamnes, 2014)。

目前已經有許多即時回饋系統可供教師運用於課堂教學，搭配活動設計並實施測驗評量，例如 Kahoot! (<https://kahoot.com/>) 是競賽模式的線上即時回饋測驗系統，學生作答完成後會立即統計作答結果，並提供積分與排名資訊，步調緊湊極富趣味性，可以增進師生的互動；至於 Zuvio (<http://www.zuvio.com.tw/>) 讓老師能夠外掛投影片展示題目，該系統可以支援多種題型與統計方式，也提供同儕互評的機制，讓教師可以即時掌握學生學習狀況；若是網路或行動載具不普及的教學環境，則可以考慮採用 Plickers (<https://get.plickers.com/>)，該系統是藉由圖卡作為載具，透過教師由智慧型手機以軟體進行掃描蒐集學生回饋資料。本計畫是承接 107 學年度教學實踐研究計畫的成果，持續

改善 Kahoot! 系統的微積分題庫輔助微積分教學，並分析其教學成效。

### 3. 研究方法

本研究針對理工與商管學群的微積分課程班級分別提供「微積分學習筆記」，並適時利用線上即時回饋測驗系統 Kahoot! 進行施測，增加學生運用數位教材的頻率，最後再利用期考成績、問卷調查和平台數據資料來評估學生學習成效，主要分為以下四個流程：

#### (1) 微積分教材分析：

本研究先檢視修課學生背景和微積分課程各個單元的知識節點，以及歷年來搜集的學生答題錯誤類型資訊，再盤點現有的線上數位教材，進行交叉比對獲得分析資料，作為編製「微積分學習筆記」與改善 Kahoot! 題庫的重要依據。

#### (2) 編製「微積分學習筆記」：

透過前項教材分析的結果，進行「微積分學習筆記」的編製，內容包括指定教科書與數位教材的單元對應資訊、教學影片的連結網址、單元重點提示，以及學生自行填寫的學習歷程註記。

#### (3) 改善即時回饋測驗系統 Kahoot! 題庫：

根據第(1)項的教材分析結果，搭配研究者於 107 學年度教學實踐研究計畫的學生答題數據資料，針對已建置的 Kahoot! 試題再次檢視，不僅於此，亦呼應 Kahoot! 系統的全新介面進行試題改善，使 Kahoot! 的施測更加趣味以提升學生參與的動機。

#### (4) 評估學生學習成效：

最後將利用學生繳交「微積分學習筆記」的完成度、Kahoot! 平台測驗成績，以及問卷調查統計結果進行量化與質性分析，作為評估學生學習成效的主要依據。

### 4. 教學暨研究成果

#### (1) 教學過程與成果

本研究先依據理工與商管學群的學生背景和教學目標，對照發佈於『微積總棟員』教學網站的數位教材，設計適宜的「微積分學習筆記」(圖 2、附錄一 & 附錄二)，當中提供許多重要的資訊，包括線上教學影片的單元名稱與連結網址，更由於微積分課程採取統籌教學，每一屆指定教科書的教材內容與教學影片的編排方式未必相符，故亦展現兩者對應單元的相關資訊，除此之外，本筆記也條列教學影片的重要知識，讓學生能清楚明白地掌握對應的重點與技巧，最後則是學生自行填寫的日期與學習心得註記，以督促學生進行自主學習，適時複習進度。由於教學網站『微積總棟員』尚未提供微積分(二)課程完整的數位教材，故「微積分學習筆記」的編製範圍為微積分(一)的全部內容與微積分(二)的部分教材，主要是單變數微積分的主題。本筆記以 word 電子檔的型式發佈於網路教室的課程頁面，學生可以依需求自行下載利用，並填寫後限時自由繳交。

微積分學習筆記(理工) Part C 導數的應用 (Applications of the Derivative)						
					班級：_____ 學號：_____ 姓名：_____	
※ 微積分總核員 <a href="https://sites.google.com/site/calculusteaching/">https://sites.google.com/site/calculusteaching/</a>						
※ 指定用書 Thomas' Calculus -13 <sup>th</sup>						
單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	測驗日期	學習筆記
線性估計 (Linear Approximations)	<a href="https://youtu.be/XkRlCAsYR0">https://youtu.be/XkRlCAsYR0</a>	§3.9	1. 認識線性估計的幾何意義與線性化(函數)的求法 2. 熟悉適用於實際數值估算的技巧			
微分量 (Differentials)	<a href="https://youtu.be/fvzaLwDddcs">https://youtu.be/fvzaLwDddcs</a>		1. 認識微分量的幾何意義與公式 2. 熟悉適用於實際數值估算的技巧			
函數的極值 (Extreme Values of Functions)	<a href="https://youtu.be/DasGvTlhtU">https://youtu.be/DasGvTlhtU</a>	§4.1	1. 認識絕對最大(小)值與局部極大(小)值的定義與幾何意義 2. 連續函數 + 有界閉區間 $[a, b] \Rightarrow$ 有絕對最大值與絕對最小值			
費馬引理與臨界點 (Fermat's Theorem and Critical Points)	<a href="https://youtu.be/-lU3ISgaw\$g">https://youtu.be/-lU3ISgaw\$g</a>		1. 瞭解臨界點的概念與求法 2. 能運用解題三步驟求出極值			
均值定理 (The Mean Value Theorem)	<a href="https://youtu.be/vYvXAkRwiM">https://youtu.be/vYvXAkRwiM</a>	§4.2	1. 瞭解洛爾定理與均值定理的幾何意義 2. 認識最後兩個推論所陳述的結果 3. 定理推導過程僅供參考			
遞增與遞減函數 (Increasing and Decreasing Functions)	<a href="https://youtu.be/RWApWeOB-Og">https://youtu.be/RWApWeOB-Og</a>	§4.3	1. 本系列範例皆為 $x^3 - 4x^2 + 10$ 2. 熟悉以下系列問題的解題技巧：(a)臨界點 (b)遞增遞減區間 (c)局部極值 (d)上凹下凹區間 (e)反曲點 (f)函數作圖			
一階導數判別法 (First Derivative Test)	<a href="https://youtu.be/va-kEg3S0ww">https://youtu.be/va-kEg3S0ww</a>		3. 定理推導過程僅供參考			
圖形的凹性與反曲點 (Concavity and Inflection Points)	<a href="https://youtu.be/-NayvEiOJ.Hk">https://youtu.be/-NayvEiOJ.Hk</a>	§4.4				

圖 2 適合理工科系使用的「微積分學習筆記」

在線上即時回饋測驗系統 Kahoot! 的試題編製方面，首先是因應 Kahoot! 介面的改善，將試題中所使用的文字敘述、數字符號和圖片大小進行修正，以符合新介面鮮明清晰的意象(圖 3)，並參考 107 學年度教學實踐研究計畫「線上即時回饋系統融入微積分教學」所得到的數據資料與學生回饋進行試題校正，以便有效檢測學生的錯誤概念。Kahoot! 線上測驗是以無預警的方式於課堂上實施，以呼應學生適時透過數位教材複習進度的要求，該系統的特色是利用趣味競賽鼓勵學生積極參與，每次僅針對一個主題共計 10 個題目進行施測，每個題目有 30 秒的作答時間，皆為概念性的問題，作答後系統會馬上顯示統計結果，學生可以即時瞭解自己的積分，作答正確且所需時間愈短則獲得的積分愈高。

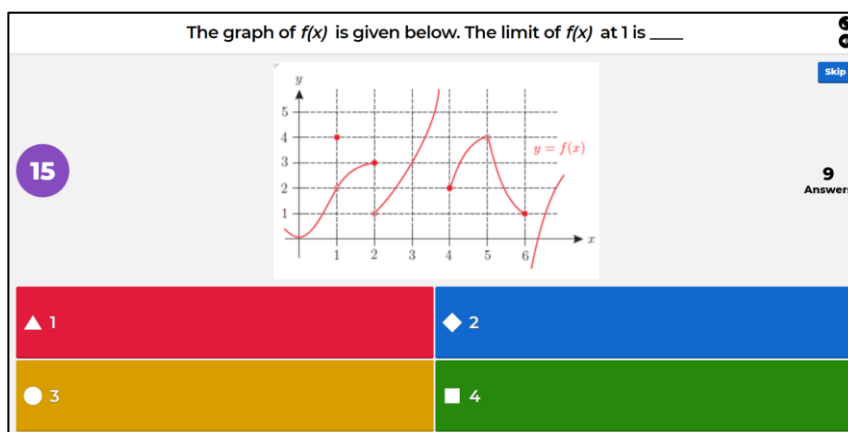


圖 3 Kahoot! 線上即時回饋測驗系統的施測畫面

本研究最後透過多元的呈現評估教學成效，包括「微積分學習筆記」的繳交完成率，利用 Kahoot! 測驗系統於後端輸出的統計結果分析學生作答情況，亦藉由問卷調查搜集學生於滿意度和態度面向的回饋意見，取得量化與質性資料，最後則比較學生學期成績分別與「微積分學習筆記」和 Kahoot! 測驗成績的相關性。

## (2) 學生學習回饋

本研究實施實驗教學的班級有工學院分屬 A、B、C 三個不同系所，以及商學院 D

系等大一的微積分課程，其中 A、B、C 系的學生大多來自高中自然組，不過 B 系亦有將近一半的學生為高中社會組背景，而 C 系的學生則包括許多高職背景的學生，至於 D 系的學生則相對單純，絕大多數來自高中社會組的學生。以上學期微積分(一)的課程為例，工學院 A、B、C 三系可使用的「微積分學習筆記」共計 4 份，商學院 D 系則是 3 份，學生繳交完成的百分比如表 1 和表 2：

學院	學系	至少完成 1 次繳交	至少完成 2 次繳交	至少完成 3 次繳交	全部繳交 (繳交 4 次)
工學院	A 系	30.36 %	25.00 %	12.50 %	7.14 %
	B 系	57.69 %	51.92 %	38.46 %	21.15 %
	C 系	44.90 %	26.53 %	20.41 %	2.04 %

表 1 工學院 A、B、C 系微積分課程完成繳交「微積分學習筆記」的百分比統計

學院	學系	至少完成 1 次繳交	至少完成 2 次繳交	全部繳交 (繳交 3 次)
商學院	D 系	72.88 %	50.85 %	30.51 %

表 2 商學院 D 系微積分課程完成繳交「微積分學習筆記」的百分比統計

由統計結果可知各班級的「微積分學習筆記」繳交完成度差異相當大，不過可以觀察到學生來源為高中社會組比例愈高的班級，其繳交完成度愈高，前兩個班級依序為 D 系與 B 系，說明對於完全沒有微積分學習經驗的學生，會更有意願透過學習筆記掌握學習重點並規劃複習的步調；除此之外，整體而言不少學生沒有完成第一份學習筆記的繳交，推估可能原因為期初的教材較為簡單所致，因此可以將自由繳交改為估學期成績一定比重的方式，提升學生於期初的繳交完成率，讓學生即早認識學習筆記的資訊，以培養使用數位教材適時複習的習慣，亦更符合多元評量的精神。由繳交的學習筆記可以看出，多數學生可以透過當中的資訊搭配教學網站數位教材，瞭解重要的概念知識，並適時註記複習進度（圖 4）。

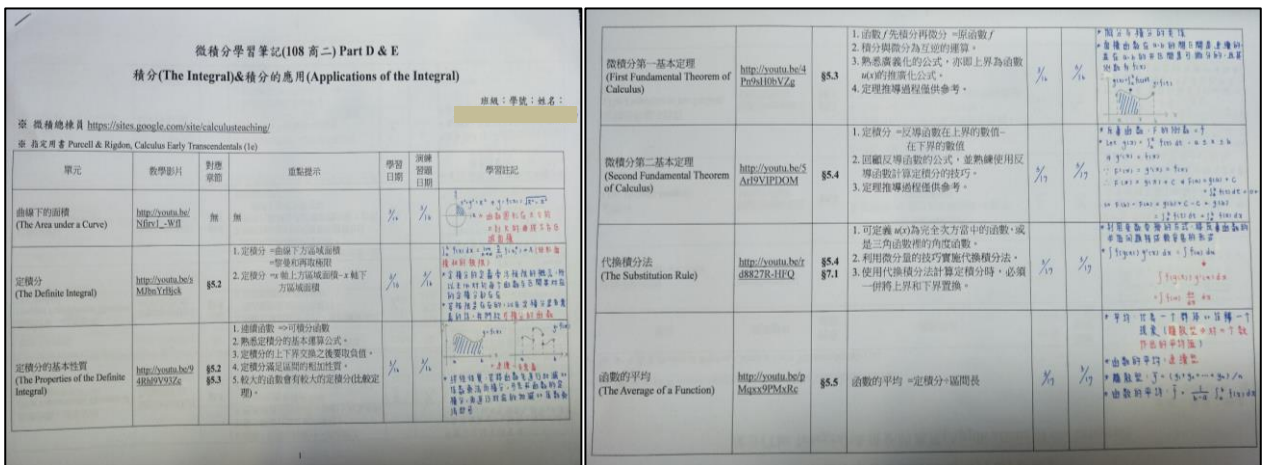


圖 4 學生繳交的「微積分學習筆記」

而在期末問卷調查的 162 份有效問卷中，有 118 位學生使用過學習筆記（表 3），當中高達 91.6% 的學生認為學習筆記能使他們更有效率地使用教學網站的數位教材，不僅如此，更有 86.5% 的學生能善用學習筆記規劃微積分的學習進度。

問 題	非常 同意	同 意	中 立	不 同 意	非常 不 同 意
透過「微積分學習筆記」讓我更有效率地使用老師教學網站上的資源。	58 (49.2%)	50 (42.4%)	9 (7.6%)	1 (0.8%)	0 (0.0%)
我會搭配「微積分學習筆記」規劃學習微積分的進度並加以執行。	56 (47.5%)	46 (39.0%)	15 (12.7%)	1 (0.8%)	0 (0.0%)

表 3 期末於「微積分學習筆記」項目的問卷調查結果

問卷調查的質性資料則顯示，學生對於學習筆記的設計亦給予正面的評價，其效用獲得肯定：

請寫下三個詞彙，描述你對使用「微積分學習筆記」的心得或感想：

- s：紀錄、驗收、有效
- s：複習、發現錯誤、預習
- s：影片很用心 比較能抓到重點 清楚明瞭
- s：真的好用 有些上課漏掉的回宿舍也可以補完
- s：簡單理解那一張是在說什麼
- s：重點整理/規劃讀書計畫/提升
- s：幫助很大 準時複習 提醒自己的分配時間
- s：有效率，記憶性，反思性

另一方面，實施 Kahoot! 測驗總是課堂氛圍最活絡的時候，學生普遍積極參與，時而聽見答對的歡呼聲，有時則摻雜答錯的嘆息聲，全體學生反應十分熱烈（圖 5）。透過 Kahoot! 平台即時輸出的統計資訊，學生答題後能立刻檢視對錯，研究者也可以利用整體的作答選項數據，適時釐清錯誤觀念並回顧重點知識（圖 6）。



圖 5 學生熱烈參與 Kahoot! 線上測驗的實景



圖 6 研究者利用 Kahoot! 平台檢視學生作答結果

透過 Kahoot! 後端平台輸出的數據資料 (表 4), 顯示各個班級的 Kahoot! 測驗平均參與率都在 74% 以上, 相較於前期的計畫成果皆有明顯地提升 (張其棟, 2019), 顯示配合 Kahoot! 平台新介面所修正的試題呈現方式可以提升學生的參與動機, 至於各班的平均答對題數約為 5 至 6 題, 說明試題的難易適中, 可以快速檢視學生的學習成效。

	工學院			商學院
	A 系	B 系	C 系	D 系
Kahoot! 測驗平均參與率	76.79 %	74.36 %	80.61 %	84.75 %
Kahoot! 測驗參與者平均答對題數	5.26	6.08	5.16	5.23
Kahoot! 測驗參與者平均總積分	4756.64	5642.69	4673.23	4818.29

表 4 各班級學生於 Kahoot! 測驗的各項表現

於期末問卷調查中, 有 158 位學生反應有參與過 Kahoot! 線上測驗 (表 5), 當中高達 95.6% 的學生同意該測驗能使課堂氛圍變得活潑有趣, 86.7% 的學生可以藉此檢視目前的學習成效, 80.4% 的學生更能夠積極加強對應單元的學習, 最後則是 94.3% 的學生有意願再次參與 Kahoot! 測驗, 以上皆呼應前期的計畫成果 (張其棟, 2019), 顯示 Kahoot! 線上即時回饋測驗系統融入微積分教學能確實為學生帶來具體的幫助。

問 題	非常 同意	同意	中立	不同意	非常 不同意
實施 Kahoot! 線上測驗使課堂氣氛變得活潑有趣。	103 (65.2%)	48 (30.4%)	7 (4.4%)	0 (0.0%)	0 (0.0%)
我可以藉由 Kahoot! 線上測驗檢視目前的學習成效。	83 (52.5%)	54 (34.2%)	19 (12.0%)	2 (1.3%)	0 (0.0%)
我會依據 Kahoot! 線上測驗的結果, 加強答錯題目對應單元的學習。	73 (46.2%)	54 (34.2%)	30 (19.0%)	1 (0.6%)	0 (0.0%)
我願意再次參與 Kahoot! 線上測驗。	96 (60.8%)	53 (33.5%)	9 (5.7%)	0 (0.0%)	0 (0.0%)

表 5 期末於「Kahoot! 線上測驗」項目的問卷調查結果



由問卷調查所搜集到的質性資料，說明學生喜歡 Kahoot! 競賽式的線上測驗活動，也認同其正面的效益：

請寫下三個詞彙，描述你對參與 Kahoot! 線上測驗的心情或感想：

s：刺激 競爭 有趣

s：好玩 刺激 成就感

s：刺激，懊惱，恍然大悟

s：可以知道還有哪裡不懂，很刺激，玩的時候很累

s：很開心 有另類的上課氣氛 有活力

s：有趣 檢驗自己 增進上課氣氛

s：有趣的從中找到自己不足的單元♥

s：老師在每題結束後能立即講解，不但能瞬間讓我們記憶，也能掌握各種出題關鍵。是  
很好的學習效果，也不太會造成單單的娛樂性質而是能寓教於樂典範。

本研究最後進行學期成績分別與「微積分學習筆記」完成繳交次數與 Kahoot! 線上測驗成績的相關性分析（表 6），結果顯示 B 系與 D 系的學期成績與學習筆記的繳交次數有較顯著的正相關，說明相對而言，學習筆記的提供對於高中社會組背景的學生較能帶來提升成績的效益；而 C 系學生的學期成績與 Kahoot! 測驗表現有顯著的正相關，推判原因為該系學生有不少是高職背景，所學的數學先備知識與普通高中生相比較少，所以 Kahoot! 測驗概念性的試題設計更能反應其最終的學期成績，至於其他班級的學期成績與 Kahoot! 測驗表現相關性較低，也有可能是因為學生透過 Kahoot! 測驗結果強化較弱的單元，並於期中、期末考試進行修正改善。

	學院	學系	微積分學習筆記 完成繳交次數	Kahoot! 測驗 平均答對題數	Kahoot! 測驗 平均總積分
學 期 成 績	工學院	A 系	0.1855	0.1594	0.2008
		B 系	0.4131*	0.3258	0.3370
		C 系	0.2387	0.6128**	0.6290**
	商學院	D 系	0.5101**	0.3271	0.3891*

表 6 各班級學期成績與學生表現項目之相關係數（\* $p < .01$ , \*\* $p < .001$ ）

### (3) 教師教學反思

研究者藉由上述的研究成果，搭配教學歷程進行反思，針對使用「微積分學習筆記」與 Kahoot! 線上測驗系統的教學策略得到以下結論：

- I. 透過「微積分學習筆記」的提供，可以建立學生自行規劃學習進度的習慣，以及使用教學網站『微積總棟員』上數位教材的效率。
- II. 高中為社會組背景的學生，有更高的意願使用「微積分學習筆記」的資訊進行學習，也能從中獲得較大的效益。
- III. Kahoot! 線上測驗能有效提升學生於微積分課程的參與程度，活絡課堂氛圍。
- IV. 利用 Kahoot! 施測當下適時進行重點回顧與檢討，能讓學生自行評估學習成果，並

據此調整學習策略，針對錯誤概念加以釐清。

除了上述的歸納結果，研究者也提供下列建議事項作為教學精進的具體作法，以提升教學成效：

- I. 於期初即提供完整的「微積分學習筆記」檔案，讓積極的學生能依據當中資訊事前預習，提高學習效率。
- II. 將繳交「微積分學習筆記」與 Kahoot!測驗成績列入學期成績的計算，作為多元評量的依據，透過預定比重的配分方式，提升學生的學習動機，使其儘早培養自主學習的習慣，以避免進度累積造成學習落後。

本研究利用「微積分學習筆記」的編製搭配 Kahoot!線上題庫的改善，培養學生運用線上數位教材的習慣，並提升其使用效率，可供教授理工相關科目的教師作為教學精進的參考。

## 5. 參考文獻

- 張其棟 (2019)。線上即時回饋系統融入微積分教學。教育部教學實踐研究計畫成果報告 (PMS107020)。臺中市：逢甲大學。
- 張其棟、楊晉民 (2016)。翻轉學習在大學微積分課程之實現與初探。臺灣數學教育期刊，3(2)，55-86。doi: 10.6278/tjme.20161005.003 【Chang, C. T., & Yang, J. M. (2016). Flipping the classroom in a calculus course. *Taiwan Journal of Mathematics Education*, 3(2), 55-86. (in Chinese)】
- Beatty, I. D., Gerace, W. J., Leonard, W. J., & Dufresne, R. J. (2006). Designing effective questions for classroom response system teaching. *American Journal of Physics*, 74(1), 3139.
- Chang, C. S., Chen, T.S., & Hsu, H. L. (2012). The Implications of Learning Cloud for Education: From the Perspectives of Learners, *Proceeding of Seventh IEEE International Conference on Wireless, Mobile and Ubiquitous Technology in Education*, 157-161.
- Casey, A., & Jones, B. (2011). Using digital technology to enhance student engagement in physical education. *Asia-Pacific Journal of Health, Sport and Physical Education*, 2(2), 51-66.
- DeBoer, J., Ho, A. D., Stump, G. S., & Breslow, L. (2014). Changing “course”: Reconceptualizing educational variables for massive open online courses. *Educational Researcher*, 43(2), 74-84.
- Estes, M. D., Ingram, R., & Liu, J. C. (2014). *A review of flipped classroom research, practice, and technologies*. Retrieved from <https://www.hetl.org/a-review-of-flipped-classroom-research-practice-and-technologies/>
- Hamdan, N., McKnight, P., McKnight, K., Arfstrom, K. M. (2013). *A review of flipped learning*. Retrieved from [http://flippedlearning.org/wpcontent/uploads/2016/07/LitReview\\_FlippedLearning.pdf](http://flippedlearning.org/wpcontent/uploads/2016/07/LitReview_FlippedLearning.pdf)
- Jungić, V., Kaur, H., Mulholland, J., & Xin, C. (2015). On flipping the classroom in large first year calculus courses. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(4), 508-520. doi:10.1080/0020739x.2014.990529

- Pappas, P. (2012, June 7). *The flipped classroom: Getting started*. Retrived from <http://www.slideshare.net/peterpappas/the-flipped-classroom-getting-started>
- Parton, G., & Light, M. (2010). Using ICT to enhance learning in physical education. In R. Bailey(Ed.), *Physical education for learning* (pp. 129-144). London: Continuum
- Rehfeldt, R. A., Jung, H. L., Aguirre, A., Nichols, J. L., & Root, W. B. (2016). Beginning the dialogue on the e-transformation: Behavior analysis' first massive open online course (MOOC). *Behavior Analysis Practice*, 9(1), 3-13.
- Wang, A. I., Elvemo, A. A., & Gamnes, V. (2014). Three social classroom applications to improve student attitudes. *Education Research International*, 2014, 14.

## 微積分學習筆記(理工) Part A 極限(The Limit)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Thomas' Calculus -13<sup>th</sup>

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
函數的極限 (The Limit of a Function)	<a href="https://youtu.be/pKqcBIPEUz0">https://youtu.be/pKqcBIPEUz0</a>	§2.2	透過 <b>函數圖形</b> 找出極限值			
極限的運算公式 (Basic Formulas for Limits)	<a href="https://youtu.be/q9UxZyJ4zjQ">https://youtu.be/q9UxZyJ4zjQ</a>		1. <b>多項式、有理函數</b> => <b>極限值 = 定義值</b> 2. 熟練 <b>因式分解</b> 與 <b>有理化</b> 技巧			
夾擠定理 (The Squeeze Theorem)	<a href="https://youtu.be/d-2thpEdDKU">https://youtu.be/d-2thpEdDKU</a>		夾擠定理中 <b>不等式前後之極限值必須相同</b>			
單邊極限 (One-Sided Limits)	<a href="https://youtu.be/GiR4ZREi-EI">https://youtu.be/GiR4ZREi-EI</a>	§2.4	1. 熟悉 <b>分段定義函數</b> 的極限求值技巧 2. 認識 <b>絕對值</b> 與 <b>最大整數函數</b>			
重要的極限公式 (Two Important Limits)	<a href="https://youtu.be/nl0yB46iDqE">https://youtu.be/nl0yB46iDqE</a>		1. 著重於 <b>範例</b> 的 <b>解題應用</b> 2. 定理推導過程僅供參考			
連續函數 (Continuous Functions)	<a href="https://youtu.be/EQnWzfcVzgl">https://youtu.be/EQnWzfcVzgl</a>	§2.5	1. <b>連續</b> => <b>圖形不中斷</b> & <b>極限值 = 定義值</b> 2. 熟悉 <b>指定點是否連續</b> 的判斷技巧 3. 不連續點的分類介紹僅供參考			
連續函數的運算 (Formulas for Continuous Functions)	<a href="https://youtu.be/JsPm8b_Ck3w">https://youtu.be/JsPm8b_Ck3w</a>		1. <b>多項式、有理函數、根式函數、絕對值、三角函數、指對數函數</b> 皆於其 <b>定義域</b> 為 <b>連續函數</b> 2. <b>連續函數</b> 之 <b>加、減、乘、除、合成</b> 仍為 <b>連續函數</b>			

			3. 以上常見函數：連續區間 = 定義域			
中間值定理 (The Intermediate Value Theorem)	<a href="https://youtu.be/MaGGuJ0MNw">https://youtu.be/MaGGuJ0MNw</a>		1. 認識中間值定理與勘根定理 2. 熟悉驗證方程式解存在的技巧			
無窮大的極限值與鉛直漸近線 (Infinite Limits and Vertical Asymptotes)	<a href="https://youtu.be/E6WQCHIItbY">https://youtu.be/E6WQCHIItbY</a>	§2.6	1. 處理無窮大的極限值時，留意分式函數中分母與分子的正負值 2. 熟悉求鉛直漸近線的技巧(多數為分母為 0 之鉛直線)			
無窮遠處的極限與水平漸近線 (Limits at Infinity and Horizontal Asymptotes)	<a href="https://youtu.be/rBllTPzgyDg">https://youtu.be/rBllTPzgyDg</a>		1. 求無窮遠處極限時，將分式函數中的分母分子同除以分母的最高次數 2. 熟悉求水平漸近線的技巧(分別考慮 $x \rightarrow \infty$ 和 $x \rightarrow -\infty$ 的情況)			

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
函數的極限 (The Limit of a Function)	<a href="https://youtu.be/pKqcBIPEUz0">https://youtu.be/pKqcBIPEUz0</a>	§2.2	透過函數圖形找出極限值	09/17	09/18	利用動態感受找出極限
極限的運算公式 (Basic Formulas for Limits)	<a href="https://youtu.be/q9UxZyJ4zjQ">https://youtu.be/q9UxZyJ4zjQ</a>		1. 多項式、有理函數 => 極限值 = 定義值 2. 熟練因式分解與有理化技巧	09/18	09/18	小心計算錯誤！！

## 微積分學習筆記(理工) Part B 導數(The Derivative)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Thomas' Calculus -13<sup>th</sup>

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
切線 (The Tangent Line)	<a href="https://youtu.be/9spBgwgL79g">https://youtu.be/9spBgwgL79g</a>	§2.1	1. 認識切線的幾何意義與求法 2. 熟悉導數符號的使用方式			
變化率 (The Rate of Change)	<a href="https://youtu.be/xrJrzHpONhs">https://youtu.be/xrJrzHpONhs</a>	§3.1	1. 認識平均變化率和(瞬間)變化率的概念 2. 導數 = (瞬間)變化率			
導函數 (The Derivative as a Function)	<a href="https://youtu.be/oT0eTLQryDw">https://youtu.be/oT0eTLQryDw</a>	§3.2	1. 認識導函數的概念 2. 熟悉導函數符號的使用方式 3. 瞭解可微分的定義與不可微分的常見類型(不連續點、尖點和鉛直切線)			
基本的微分公式 (Basic Differentiation Formulas)	<a href="https://youtu.be/HaLZtzveqyU">https://youtu.be/HaLZtzveqyU</a>	§3.3	1. 熟悉常數函數、加減法與係數乘法的導數公式 2. 熟悉多項式的導數求法 3. 定理推導過程僅供參考			
法線 (The Normal Line)	<a href="https://youtu.be/teMMc5ySZ2U">https://youtu.be/teMMc5ySZ2U</a>	§3.7	1. 認識法線的幾何意義 2. 熟悉求法線的技巧			
微分的乘法與除法公式 (Product and Quotient Rules)	<a href="https://youtu.be/bPBdl8h5O0Y">https://youtu.be/bPBdl8h5O0Y</a>	§3.3	1. 認識乘法與除法的導數公式 2. 定理推導過程僅供參考			
三角函數的導數 (Derivatives of Trigonometric Functions)	<a href="https://youtu.be/JFk6tcHmhco">https://youtu.be/JFk6tcHmhco</a>	§3.5	1. 認識三角函數的導數公式 2. 定理推導過程僅供參考			
高階導數	<a href="https://youtu.be/zKwYW5MUKtY">https://youtu.be/zKwYW5MUKtY</a>	§3.3	熟悉各類型高階導數符號的使用方法			

(Higher Derivatives)						
鏈鎖律 (The Chain Rule)	<a href="https://youtu.be/6NwD9unzZ6s">https://youtu.be/6NwD9unzZ6s</a>	§3.6	1. 認識鏈鎖律(合成函數的導數)公式 2. 定理推導過程僅供參考			
鏈鎖律的應用 (Applications of the Chain Rule)	<a href="https://youtu.be/2xVIQ4vtOOI">https://youtu.be/2xVIQ4vtOOI</a>		1. 熟悉函數次方型式與廣義型三角函數的導數公式與使用技巧 2. 定理推導過程僅供參考			
隱函數微分法 (Implicit Differentiation)	<a href="https://youtu.be/dxOI7KKBkjY">https://youtu.be/dxOI7KKBkjY</a>	§3.7	對等號兩側進行微分時，留意微分公式(如乘法律、鏈鎖律)的使用是否正確			

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
切線 (The Tangent Line)	<a href="https://youtu.be/9spBggwL79g">https://youtu.be/9spBggwL79g</a>	§3.1	1. 認識切線的幾何意義與求法 2. 熟悉導數符號的使用方式	10/07	10/08	1. 切線斜率 = 割線斜率取 limit 2.
變化率 (The Rate of Change)	<a href="https://youtu.be/xrJrzHpONhs">https://youtu.be/xrJrzHpONhs</a>	§3.1 §3.2	1. 認識平均變化率和(瞬間)變化率的概念 2. (瞬間)變化率 = 導數	10/10	10/12	可應用於求物體移動速度、人口成長、經濟成長、放射性物質衰變等各領域之問題

# 微積分學習筆記(理工) Part C 導數的應用(Applications of the Derivative)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Thomas' Calculus -13<sup>th</sup>

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
線性估計 (Linear Approximations)	<a href="https://youtu.be/XkB1CASsYR0">https://youtu.be/XkB1CASsYR0</a>	§3.9	1. 認識線性估計的幾何意義與線性化(函數)的求法 2. 熟悉運用於實際數值估算的技巧			
微分量 (Differentials)	<a href="https://youtu.be/fvzaLwDddcs">https://youtu.be/fvzaLwDddcs</a>		1. 認識微分量的幾何意義與公式 2. 熟悉運用於實際數值估算的技巧			
函數的極值 (Extreme Values of Functions)	<a href="https://youtu.be/DasGvtIhtIU">https://youtu.be/DasGvtIhtIU</a>	§4.1	1. 認識絕對最大(小)值與局部極大(小)值的定義與幾何意象 2. 連續函數 + 有界閉區間 $[a,b] \Rightarrow$ 有絕對最大值與絕對最小值			
費馬引理與臨界點 (Fermat's Theorem and Critical Points)	<a href="https://youtu.be/-UU3ISgaw8g">https://youtu.be/-UU3ISgaw8g</a>		1. 瞭解臨界點的概念與求法 2. 能運用解題三步驟求出極值			
均值定理 (The Mean Value Theorem)	<a href="https://youtu.be/vVujXAkRwiM">https://youtu.be/vVujXAkRwiM</a>	§4.2	1. 瞭解洛爾定理與均值定理的幾何意義 2. 認識最後兩個推論所陳述的結果 3. 定理推導過程僅供參考			
遞增與遞減函數 (Increasing and Decreasing Functions)	<a href="https://youtu.be/RWApWeOB-Qg">https://youtu.be/RWApWeOB-Qg</a>	§4.3	1. 本系列範例皆為 $x^4 - 4x^3 + 10$ 2. 熟悉以下系列問題的解題技巧：(a)臨界點 (b)遞增遞減區間 (c)局部極值 (d)上凹下凹區間 (e)反曲點 (f)函數作圖			
一階導數判別法 (First Derivative Test)	<a href="https://youtu.be/Vo-kEg3S0ww">https://youtu.be/Vo-kEg3S0ww</a>					
圖形的凹性與反曲點	<a href="https://youtu.be/-">https://youtu.be/-</a>	§4.4				



(Concavity and Inflection Points)	<a href="https://youtu.be/NgyjEiOLHk">NgyjEiOLHk</a>		3. 定理推導過程僅供參考			
二階導數判別法 (Second Derivative Test)	<a href="https://youtu.be/nFjLYJyBnqI">https://youtu.be/nFjLYJyBnqI</a>					
反導函數與不定積分 (Antiderivatives and Indefinite Integrals)	<a href="https://youtu.be/EYAdTORq7tA">https://youtu.be/EYAdTORq7tA</a>	§4.7	1. 認識反導函數與不定積分的概念 2. 認識反導函數的一般型式 3. 定理推導過程僅供參考			
不定積分的基本公式 (Formulas for Indefinite Integrals)	<a href="https://youtu.be/xallxiadK1A">https://youtu.be/xallxiadK1A</a>		1. 熟記反導函數公式表 2. 加強求解反導函數或不定積分的技巧			

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
線性估計 (Linear Approximations)	<a href="https://youtu.be/XkB1CASsYR0">https://youtu.be/XkB1CASsYR0</a>	§3.9	1. 認識線性估計的幾何意義與線性化(函數)的求法 2. 熟悉運用於實際數值估算的技巧	11/12	11/13	1. $f(x) \doteq L(x) = f(a) + f'(a)(x-a)$ 2. 當 $x$ 愈接近 $a$ ，則估計愈精準
微分量 (Differentials)	<a href="https://youtu.be/fvzaLwDddcs">https://youtu.be/fvzaLwDddcs</a>		1. 認識微分量的幾何意義與公式 2. 熟悉運用於實際數值估算的技巧	11/13	11/14	1. $\Delta y \doteq dy = f'(x) dx$ 2. 當 $\Delta x$ 愈接近 0，則估計愈精準

## 微積分學習筆記(理工) Part D & E

### 積分(The Integral) & 積分的應用(Applications of the Integral)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Thomas' Calculus -13<sup>th</sup>

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
曲線下的面積 (The Area under a Curve)	<a href="http://youtu.be/Nfirv1-WfI">http://youtu.be/Nfirv1-WfI</a>	無	無			
定積分 (The Definite Integral)	<a href="http://youtu.be/sMJbnYrBjck">http://youtu.be/sMJbnYrBjck</a>	§5.2 §5.3	1. 定積分 = 曲線下方區域面積 = 黎曼和再取極限 2. 定積分 = $x$ 軸上方區域面積 - $x$ 軸下方區域面積			
定積分的基本性質 (The Properties of the Definite Integral)	<a href="http://youtu.be/94RhI9V93Zc">http://youtu.be/94RhI9V93Zc</a>	§5.3	1. 連續函數 => 可積分函數 2. 熟悉定積分的基本運算公式。 3. 定積分的上下界交換之後要取負值。 4. 定積分滿足區間的相加性質。 5. 較大的函數會有較大的定積分(比較定理)。			
微積分第一基本定理 (First Fundamental Theorem of Calculus)	<a href="http://youtu.be/4Pn9sH0bVZg">http://youtu.be/4Pn9sH0bVZg</a>	§5.4	1. 函數 $f$ 先積分再微分 = 原函數 $f$ 2. 積分與微分為互逆的運算。 3. 熟悉廣義化的公式，亦即上界為函數 $u(x)$ 的推廣化公式。			
微積分第二基本定理 (Second Fundamental Theorem)	<a href="http://youtu.be/5ArI9VIPDOM">http://youtu.be/5ArI9VIPDOM</a>		1. 定積分 = 反導函數在上界的數值 - 在下界的數值			

of Calculus)			2. 回顧反導函數的公式，並熟練使用反導函數計算定積分的技巧。			
函數的平均 (The Average of a Function)	<a href="http://youtu.be/pMqxx9PMxRc">http://youtu.be/pMqxx9PMxRc</a>	§5.3 §5.4	函數的平均 = 定積分 ÷ 區間長			
代換積分法 (The Substitution Rule)	<a href="http://youtu.be/rd8827R-HFQ">http://youtu.be/rd8827R-HFQ</a>	§5.5 §5.6	1. 可定義 $u(x)$ 為完全次方當中的函數，或是三角函數裡的角度函數。 2. 利用微分量的技巧實施代換積分法。 3. 使用代換積分法計算定積分時，必須一併將上界和下界置換。			
奇偶函數的定積分 (The Definite Integrals of Odd and Even Functions)	<a href="https://youtu.be/fEdH6g-sWQE">https://youtu.be/fEdH6g-sWQE</a>	§5.6	1. 奇偶函數的定積分性質僅適用於 $[-a, a]$ 的對稱區間。 2. 偶函數在 $[-a, a]$ 的定積分為其在 $[0, a]$ 定積分的 2 倍。 3. 奇函數在 $[-a, a]$ 的定積分 = 0			
曲線所圍區域的面積 (I) (The Area between Curves (I))	<a href="http://youtu.be/dsqvGlqakdQ">http://youtu.be/dsqvGlqakdQ</a>		1. 第 I 類型區域的面積 = 上方曲線 - 下方曲線對 $x$ 的定積分 2. 推廣化的面積公式要先加絕對值。			
曲線所圍區域的面積 (II) (The Area between Curves (II))	<a href="http://youtu.be/ENHQZcWPwTA">http://youtu.be/ENHQZcWPwTA</a>		第 II 類型區域的面積 = 右邊曲線 - 左邊曲線對 $y$ 的定積分			

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
曲線下的面積 (The Area under a Curve)	<a href="http://youtu.be/Nfirv1_-Wfl">http://youtu.be/Nfirv1_-Wfl</a>	無	無	11/27	無	可將一般面積問題轉化為曲線下方區域的面積求值。
定積分 (The Definite Integral)	<a href="http://youtu.be/sMJbnYrBjck">http://youtu.be/sMJbnYrBjck</a>	§5.2 §5.3	1. 定積分 = 曲線下方區域面積 = 黎曼和再取極限 2. 定積分 = $x$ 軸上方區域面積 - $x$ 軸下方區域面積	11/30	12/01	定積分 = 矩形面積和(估計值)再取極限(使誤差趨近於 0)

# 微積分學習筆記(理工) Part F 超越函數(Transcendental Functions)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Thomas' Calculus -13<sup>th</sup>

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
一對一函數 (One-to-One Functions)	<a href="https://youtu.be/5BS-AeLF_Zc">https://youtu.be/5BS-AeLF_Zc</a>	§7.1	1. 可利用水平線測試法判別是否為一對一函數。 2. 遞增與遞減函數皆為一對一函數。			
反函數 (Inverse Functions)	<a href="https://youtu.be/AWsxO0rU97U">https://youtu.be/AWsxO0rU97U</a>		1. 僅有一對一函數能定義反函數。 2. 原函數和反函數的定義域與值域對調。 3. 原函數和反函數的合成函數會將變數還原。			
反函數的基本性質 (Properties of Inverse Functions)	<a href="https://youtu.be/d0bveBeacZE">https://youtu.be/d0bveBeacZE</a>		1. 原函數和反函數的圖形對稱於直線 $y = x$ 。 2. 原函數為連續函數 => 反函數為連續函數 3. 熟悉反函數定理的使用技巧。			
自然對數函數 (The Natural Logarithmic Function)	<a href="https://youtu.be/ylm1ffIm0Jk">https://youtu.be/ylm1ffIm0Jk</a>	§7.2	1. $\ln x$ (自然對數)為 $1/t$ 的曲線下方區域面積 = $1/t$ 在 $[1, x]$ 的定積分 2. 熟悉 $\ln x$ 的導數公式。 3. 認識 $\ln x$ 的函數圖形。			
自然對數函數的基本公式 (Formulas for the Natural Logarithmic Function)	<a href="https://youtu.be/g-SAnJGhCUw">https://youtu.be/g-SAnJGhCUw</a>		1. $\ln  x $ 的導數 = $\ln x$ 的導數 2. 熟悉 $\ln x$ 的導數與對應的不定積分公式。			

對數律 (Laws of Logarithms)	<a href="https://youtu.be/Yiuyt9I0wQ8">https://youtu.be/Yiuyt9I0wQ8</a>		$\ln x$ 滿足對數律			
歐拉數 (Euler's Number)	<a href="https://youtu.be/zCJI6_XnU_M">https://youtu.be/zCJI6_XnU_M</a>		1. $\ln e = 1$ 2. $\ln x$ 為是以 $e$ 為底的對數函數。			
三角函數的積分公式 (Integrals of Trigonometric Functions)	<a href="https://youtu.be/cetARKo0_DQ">https://youtu.be/cetARKo0_DQ</a>		熟悉三角函數的不定積分公式			
自然指數函數 (The Natural Exponential Function)	<a href="https://youtu.be/0wOUT8PFFSg">https://youtu.be/0wOUT8PFFSg</a>	§7.3	1. $\ln x$ (自然對數)和 $e^x$ (自然指數)互為反函數。 2. $e^x$ 滿足指數律。 3. 認識 $e^x$ 的函數圖形。			
自然指數函數的導數 (Derivatives of the Natural Exponential Function)	<a href="https://youtu.be/KgF-KZM8ILI">https://youtu.be/KgF-KZM8ILI</a>		1. $e^x$ 的導數 = $e^x$ 的不定積分 = $e^x$ 2. 熟悉自然指數函數的推廣型導數公式與使用技巧。 3. 定理推導過程僅供參考。			
一般型指數函數 (General Exponential Functions)	<a href="https://youtu.be/SH8dj-p9M6g">https://youtu.be/SH8dj-p9M6g</a>		1. 認識 $a^x$ (一般型指數函數)的定義。 2. $a^x$ 滿足指數律。 3. 定理推導過程僅供參考。			
一般型指數函數的導數 (Derivatives of General Exponential Functions)	<a href="https://youtu.be/ZfNZkvq31VQ">https://youtu.be/ZfNZkvq31VQ</a>		1. 熟悉 $a^x$ 的導數和不定積分公式。 2. 認識 $a^x$ 的函數圖形。 3. 定理推導過程僅供參考。			
對數微分法 (Logarithmic Differentiation)	<a href="https://youtu.be/YVEQ5wgUPaQ">https://youtu.be/YVEQ5wgUPaQ</a>		§7.2 §7.3	1. 先使用對數律將問題化簡。 2. 處理連續乘除，以及未知數同時出現於底數和指數的次方函數等問題為最佳使用時機。		
一般型對數函數 (General Logarithmic Functions)	<a href="https://youtu.be/taZZBiv6Wb4">https://youtu.be/taZZBiv6Wb4</a>	§7.3	1. 認識 $\log_a x$ (一般型對數函數)的定義。 2. 認識 $\log_a x$ 的函數圖形。 3. $\log_a x$ 滿足換底公式和指數律。 4. 定理推導過程僅供參考。			
一般型對數函數的導數 (Derivatives of General	<a href="https://youtu.be/UFJ9zqA2njc">https://youtu.be/UFJ9zqA2njc</a>		1. 熟悉 $\log_a x$ 的導數公式。 2. 定理推導過程僅供參考。			

Logarithmic Functions)						
------------------------	--	--	--	--	--	--

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
一對一函數 (One-to-One Functions)	<a href="https://youtu.be/5BS-AeLF_Zc">https://youtu.be/5BS-AeLF_Zc</a>	§7.1	1. 可利用水平線測試法判別是否為一對一函數。 2. 遞增與遞減函數皆為一對一函數。	12/18	12/20	1. 可透過示意圖幫助理解。 2.
反函數 (Inverse Functions)	<a href="https://youtu.be/AVsxO0rU97U">https://youtu.be/AVsxO0rU97U</a>		1. 僅有一對一函數能定義反函數。 2. 原函數和反函數的定義域與值域對調。 3. 原函數和反函數的合成函數會將變數還原。	12/18	12/20	1. 可透過示意圖幫助理解。 2. $f(x)$ 的反函數註記為 $f^{-1}(x)$ 。 3.

# 微積分學習筆記(理工) Part G 積分技巧(Techniques of Integration)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Thomas' Calculus -13<sup>th</sup>

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
分部積分法 (I) (Integration by Parts (I))	<a href="https://youtu.be/p6uPqpDvRx4">https://youtu.be/p6uPqpDvRx4</a>	§8.2	選擇正確的 $u$ 和 $dv$ 以化簡積分問題。			
分部積分法 (II) (Integration by Parts (II))	<a href="https://youtu.be/XdyeUCeQKTg">https://youtu.be/XdyeUCeQKTg</a>		1. 若使用分部積分法能化簡積分問題，卻仍無法解出，則可以持續使用分部積分法再次化簡問題。 2. 定積分型式的分部積分法為不定積分的型式加上對應的上下界。			
三角函數的積分 (I) (Trigonometric Integrals (I))	<a href="https://youtu.be/qX9hgOOg_b8">https://youtu.be/qX9hgOOg_b8</a>	§8.3	處理 $\int \sin^m x \cos^n x dx$ 的積分時， 1. 若 $n$ 為奇數，將 $\cos x$ 與 $dx$ 搭配，前方餘下項化為 $\sin x$ 的表示法，再定義 $u = \sin x$ 使用代換積分法。 2. 若 $m$ 為奇數，將 $-\sin x$ 與 $dx$ 搭配，前方餘下項化為 $\cos x$ 的表示法，再定義 $u = \cos x$ 使用代換積分法。 3. 若 $m$ 和 $n$ 皆為偶數，則持續使用半角公式將被積分式轉化為三角函數的一次式。			
三角函數的積分 (II) (Trigonometric Integrals (II))	<a href="https://youtu.be/sKiYzSHer_8">https://youtu.be/sKiYzSHer_8</a>		處理 $\int \tan^m x \sec^n x dx$ 的積分時， 1. 若為 $\int \tan x dx$ 和 $\int \sec x dx$ ，則直接代公式。			

			<p>2. 若 <math>n</math> 為偶數，將 <math>\sec^2 x</math> 與 <math>dx</math> 搭配，前方餘下項化為 <math>\tan x</math> 的表示法，再定義 <math>u = \tan x</math> 使用代換積分法。</p> <p>3. 若 <math>m</math> 為奇數且 <math>n \geq 1</math>，將 <math>\sec x \tan x</math> 與 <math>dx</math> 搭配，前方餘下項化為 <math>\sec x</math> 的表示法，再定義 <math>u = \sec x</math> 使用代換積分法。</p> <p>4. 若非上述情況，則多嘗試任何可能的作法。</p>			
三角函數的積分 (III) (Trigonometric Integrals (III))	<a href="https://youtu.be/T6ioL4srZLU">https://youtu.be/T6ioL4srZLU</a>		處理 $\int \sin(mx) \cos(nx) dx$ , $\int \sin(mx) \sin(nx) dx$ 和 $\int \cos(mx) \cos(nx) dx$ 時，使用積化和差將被積分式化為加減法。			
三角代換法 (I) (Trigonometric Substitution (I))	<a href="https://youtu.be/scZ38pp4wKs">https://youtu.be/scZ38pp4wKs</a>	§8.4	<p>1. 處理涉及 <math>y = \sqrt{a^2 - x^2}</math> 的積分時，將 <math>x^2 + y^2 = a^2</math> 與 <math>(a \sin \theta)^2 + (a \cos \theta)^2 = a^2</math> 比較，定義 <math>x = a \sin \theta</math> 和 <math>y = a \cos \theta</math>。</p> <p>2. 熟練處理定積分時，求出代換後變數 <math>\theta</math> 上下界範圍的技巧。</p> <p>3. 橢圓形面積為 <math>\pi ab</math>。</p> <p>4. 下載並練習網站所提供的對應習題，認識進階的變化和技巧。</p>			
三角代換法 (II) (Trigonometric Substitution (II))	<a href="https://youtu.be/16pPjTpTaXM">https://youtu.be/16pPjTpTaXM</a>		<p>1. 處理涉及 <math>y = \sqrt{a^2 + x^2}</math> 的積分時，將 <math>y^2 = a^2 + x^2</math> 與 <math>(a \sec \theta)^2 = a^2 + (a \tan \theta)^2</math> 比較，定義 <math>x = a \tan \theta</math> 和 <math>y = a \sec \theta</math>。</p> <p>2. 處理涉及 <math>y = \sqrt{x^2 - a^2}</math> 的積分時，將 <math>y^2 + a^2 = x^2</math> 與 <math>(a \tan \theta)^2 + a^2 = (a \sec \theta)^2</math> 比較，定義 <math>x = a \sec \theta</math> 和 <math>y = a \tan \theta</math>。</p> <p>3. 熟練處理定積分時，求出代換後變數 <math>\theta</math></p>			



			上下界範圍的技巧。 4. 下載並練習網站所提供的對應習題，認識進階的變化和技巧。			
--	--	--	---	--	--	--

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
分部積分法 (I) (Integration by Parts (I))	<a href="https://youtu.be/p6uPqpDvRx4">https://youtu.be/p6uPqpDvRx4</a>	§8.2	選擇正確的 $u$ 和 $dv$ 以化簡積分問題。	3/10	3/11	熟記分部積分法公式 $u \Rightarrow du$ 利用求導數的技巧 $dv \Rightarrow v$ 利用求反導函數的技巧
分部積分法 (II) (Integration by Parts (II))	<a href="https://youtu.be/XdyeUCeQKTg">https://youtu.be/XdyeUCeQKTg</a>		1. 若使用分部積分法能化簡積分問題，卻仍無法解出，則可以持續使用分部積分法再次化簡問題。 2. 定積分型式的分部積分法為不定積分的型式加上對應的上下界。	3/13	3/14	使用分部積分法 $\Rightarrow x$ 的次方減少(降階) $\Rightarrow$ 可繼續使用分部積分法

# 微積分學習筆記(理工) Part H 進階的應用(Further Applications)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Thomas' Calculus -13<sup>th</sup>

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
不定型式與羅必達法則 (I) (Indeterminate Forms and L'Hôpital's Rule (I))	<a href="https://youtu.be/FSMJi2I3QXk">https://youtu.be/FSMJi2I3QXk</a>	§7.5	1. 認識 $\frac{0}{0}$ 和 $\frac{\infty}{\infty}$ 不定型式的定義。 2. 熟悉羅必達法則的使用時機與技巧。(必須分子和分母同時趨近 0 或同時趨近 $\infty$ 才能使用) 3. 回顧各類函數的導數公式，以應用於羅必達法則。 4. 定理推導過程僅供參考。			
不定型式與羅必達法則 (II) (Indeterminate Forms and L'Hôpital's Rule (II))	<a href="https://youtu.be/BAjXrYJd88I">https://youtu.be/BAjXrYJd88I</a>		1. 認識 $0 \cdot \infty$ 和 $\infty - \infty$ 不定型式的定義。 2. 若是 $0 \cdot \infty$ 的不定型式，先將乘法的型式改寫為除法，亦即將 $fg$ 改寫為 $\frac{f}{\frac{1}{g}}$ 。 3. 若是分數相減且為 $\infty - \infty$ 的不定型式，先進行通分改寫為分式。			
不定型式與羅必達法則 (III) (Indeterminate Forms and L'Hôpital's Rule (III))	<a href="https://youtu.be/9fpmuksvMPU">https://youtu.be/9fpmuksvMPU</a>		1. 認識 $0^0$ 、 $\infty^0$ 和 $1^\infty$ 不定型式的定義。 2. 若是 $0^0$ 、 $\infty^0$ 或 $1^\infty$ 的不定型式，先取自然對數再計算對應的極限，最後取自然指數得到答案。			
第一類型瑕積分 (Improper Integrals of Type I)	<a href="https://youtu.be/acSGZELww3s">https://youtu.be/acSGZELww3s</a>	§8.8	認識第一類型瑕積分 $(\int_a^\infty f(x)dx)$ 、			

			$\int_{-\infty}^b f(x)dx$ 和 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$ 與其收斂發散的定義。			
瑕積分的審斂法 (Tests for Improper Integrals)	<a href="https://youtu.be/YCuD_JVa0mM">https://youtu.be/YCuD_JVa0mM</a>		<ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int_1^{\infty} \frac{1}{x^p} dx</math> 收斂 <math>\Leftrightarrow p &gt; 1</math></li> <li>比較定理：若兩個函數皆為正值， <ol style="list-style-type: none"> <li>大的函數瑕積分收斂 <math>\Rightarrow</math> 小的函數瑕積分收斂</li> <li>小的函數瑕積分發散 <math>\Rightarrow</math> 大的函數瑕積分發散</li> </ol> </li> <li>極限比較定理：若 <math>f(x), g(x) &gt; 0</math>，且 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = L &gt; 0</math>，則兩函數的瑕積分同時收斂或同時發散。</li> <li>定理推導過程僅供參考。</li> <li>極限比較定理不列入考試範圍。</li> </ol>			
第二類型瑕積分 (Improper Integrals of Type II)	<a href="https://youtu.be/jprxaymB_Ec">https://youtu.be/jprxaymB_Ec</a>		認識第二類型瑕積分與其收斂發散的定義。			

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
不定型式與羅必達法則 (I) (Indeterminate Forms and L'Hôpital's Rule (I))	<a href="https://youtu.be/FSMJi2l3QXk">https://youtu.be/FSMJi2l3QXk</a>	§7.5	<ol style="list-style-type: none"> <li>認識 <math>\frac{0}{0}</math> 和 <math>\frac{\infty}{\infty}</math> 不定型式的定義。</li> <li>熟悉羅必達法則的使用時機與技巧。(必須分子和分母同時趨近 0 或同時趨近 <math>\infty</math> 才能使用)</li> <li>回顧各類函數的導數公式，以應用於羅必達法則。</li> <li>定理推導過程僅供參考。</li> </ol>	2/25	2/26	<ol style="list-style-type: none"> <li>羅必達法則可適用於指定點 <math>a</math> 的極限、左極限和右極限，以及 <math>\infty</math> 或 <math>-\infty</math> 等無窮遠處的極限。</li> <li>儘快複習導數的相關公式。</li> <li></li> </ol>

不定型式與羅必達法則 (II) (Indeterminate Forms and L'Hôpital's Rule (II))	<a href="https://youtu.be/ajXrYJd88I">https://youtu.be/ajXrYJd88I</a>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 認識 <math>0 \cdot \infty</math> 和 <math>\infty - \infty</math> 不定型式的定義。</li> <li>2. 若是 <math>0 \cdot \infty</math> 的不定型式，先將乘法的型式改寫為除法，亦即將 <math>fg</math> 改寫為 <math>\frac{f}{\frac{1}{g}}</math>。</li> <li>3. 若是分數相減且為 <math>\infty - \infty</math> 的不定型式，先進行通分改寫為分式。</li> </ol>	2/25	2/27	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\frac{0}{0}</math> 和 <math>\frac{\infty}{\infty}</math> 等除法的型式才能套用羅必達法則，所以要將其他的型式改寫為除法。</li> <li>2.</li> </ol>
---	---	---	------	------	--

## 微積分學習筆記(理工) Part I & J

### 數列與級數(Sequences and Series) & 冪級數(Power Series)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Thomas' Calculus -13<sup>th</sup>

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
無窮數列 (Infinite Sequences)	<a href="https://youtu.be/6GT57CaxLtM">https://youtu.be/6GT57CaxLtM</a>	§10.1	(本單元為先備知識) 1. 認識數列收斂和發散的定義。 2. 數列的極限可類比為函數在無窮遠處的極限。 3. 熟悉收斂數列的加減乘除等基本運算技巧。 4. 若 $f(x)$ 為連續函數，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = f\left(\lim_{n \rightarrow \infty} a_n\right)$			
數列的收斂定理 (Convergence Theorems for Sequences)	<a href="http://youtu.be/SC6B9fT5zyE">http://youtu.be/SC6B9fT5zyE</a>		(本單元為先備知識) 1. 認識幾何(等比)數列的定義並熟悉其收斂發散的判別方式。 2. 認識夾擠定理並熟悉使用的技巧。 3. 認識單調數列和有界數列的定義。 4. 認識數列的單調收斂定理。 5. 定理推導過程僅供參考。			

無窮級數 (Infinite Series)	<a href="http://youtu.be/cmVhKSixHi8">http://youtu.be/cmVhKSixHi8</a>	<b>§10.2</b>	1. 認識級數收斂和發散的定義。 2. 認識幾何(等比)級數的定義並熟悉其收斂發散的判別方式。 3. 認識收斂級數的加減法和係數乘法等基本運算技巧。 4. $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ 收斂 $\Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$ 5. 認識發散審斂法並熟悉其應用的時機與技巧。 6. 定理推導過程僅供參考。			
積分審斂法 (The Integral Test)	<a href="http://youtu.be/U-ie4Q8B5Uc">http://youtu.be/U-ie4Q8B5Uc</a>	<b>§10.3</b>	(本單元僅教授 $p$ 級數審斂法) 1. 認識積分審斂法並熟悉其應用的時機與技巧。 2. 認識 $p$ 級數的定義。 3. 認識 $p$ 級數審斂法並熟悉其應用的時機與技巧。 4. 定理推導過程僅供參考。			
比較審斂法 (The Comparison Test)	<a href="https://youtu.be/qXvIPR3Nw78">https://youtu.be/qXvIPR3Nw78</a>	<b>§10.4</b>	(本單元不列入考試範圍) 1. 對於每一項皆為正數的兩個級數： (1) 大的級數收斂 $\Rightarrow$ 小的級數收斂 (2) 小的級數發散 $\Rightarrow$ 大的級數發散 2. 定理推導過程僅供參考。			
極限比較審斂法 (The Limit Comparison Test)	<a href="http://youtu.be/wqZLNmtXetY">http://youtu.be/wqZLNmtXetY</a>		(本單元不列入考試範圍) 1. 若 $a_k, b_k > 0$ 且 $0 < \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{a_k}{b_k} = L < \infty$ , 則 $\sum a_k$ 和 $\sum b_k$ 同時收斂或同時發散。 2. 定理推導過程僅供參考。			
交錯級數 (Alternating Series)	<a href="http://youtu.be/fDgVaRG1r68">http://youtu.be/fDgVaRG1r68</a>	<b>§10.6</b>	(本單元不列入考試範圍) 1. 認識交錯級數的定義。 2. 認識交錯級數審斂法並熟悉其應用的時機與技巧。			

			3. 定理推導過程僅供參考。			
絕對與條件收斂 (Absolute and Conditional Convergence)	<a href="http://youtu.be/sPFzywbL_gg">http://youtu.be/sPFzywbL_gg</a>	§10.5 §10.6	(本單元不列入考試範圍) 1. 認識絕對收斂和條件收斂的定義。 2. 絕對收斂 $\Rightarrow$ 原級數收斂 3. 熟練判斷級數是否為絕對收斂、條件收斂或發散的技巧。 4. 定理推導過程僅供參考。			
比值審斂法 (The Ratio Test)	<a href="http://youtu.be/duaxEvk0W74">http://youtu.be/duaxEvk0W74</a>	§10.5	1. 令 $r = \lim_{k \rightarrow \infty} \left  \frac{a_{k+1}}{a_k} \right $ ，則 (1) $r < 1 \Rightarrow \sum a_k$ (絕對)收斂 (2) $r > 1 \Rightarrow \sum a_k$ 發散 2. 定理推導過程僅供參考。			
根值審斂法 (The Root Test)	<a href="http://youtu.be/QjpOnInp9aM">http://youtu.be/QjpOnInp9aM</a>		(本單元不列入考試範圍) 1. 令 $\rho = \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{ a_k }$ ，則 (1) $\rho < 1 \Rightarrow \sum a_k$ (絕對)收斂 (2) $\rho > 1 \Rightarrow \sum a_k$ 發散 2. 定理推導過程僅供參考。			

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
冪級數 (Power Series)	<a href="https://youtu.be/OtxW2ShMzYI">https://youtu.be/OtxW2ShMzYI</a>	§10.7	1. 認識冪級數的定義。 2. 認識收斂半徑和收斂區間的定義與可能的類型。 3. 能善用各種級數審斂法(尤其是比值審斂法)求出冪級數的收斂半徑和收斂區間。			
函數的冪級數表示法 (Representations of Functions as Power Series]	<a href="https://youtu.be/9Qoh3h9l9Xk">https://youtu.be/9Qoh3h9l9Xk</a>		1. 藉由等比級數的概念理解 $\frac{1}{1-x}$ 的冪級數表示法。 2. 熟練透過 $\frac{1}{1-x}$ 的冪級數表示法求出其			

			他近似函數的冪級數表示法。			
逐項微分與積分公式 (Term-by-Term Differentiation and Integration)	<a href="https://youtu.be/ZoHRGdgg_pc">https://youtu.be/ZoHRGdgg_pc</a>		1. 認識冪級數的微分與積分公式： (1) 冪級數的微分 = 逐項進行微分 (2) 冪級數的積分 = 逐項進行積分 (3) 冪級數微分或積分後仍為冪級數，且 收斂半徑不變。 2. 認識函數 $\ln(1+x)$ 和 $\tan^{-1}x$ 的冪級 數表示法，以及對應的收斂半徑和收斂 區間。			
泰勒與馬克勞林級數 (Taylor and Maclaurin Series)	<a href="https://youtu.be/3U_pDsgKliU">https://youtu.be/3U_pDsgKliU</a>	§10.8 §10.9	1. 認識泰勒級數、泰勒多項式和馬克勞林 級數的定義。 2. 認識函數 $e^x$ 的馬克勞林級數，以及對 應的收斂半徑和收斂區間。 3. 泰勒級數中的餘式 $R_n(x)$ 公式僅供參 考。			
重要的馬克勞林級數 (Some Important Maclaurin Series)	<a href="https://youtu.be/_bBepdRWA3U">https://youtu.be/_bBepdRWA3U</a>	§10.8 §10.9 §10.10	1. 認識函數 $\sin x$ 、 $\cos x$ 和 $(1+x)^\alpha$ 的 馬克勞林級數，以及對應的收斂半徑和 收斂區間。 2. $(1+x)^\alpha$ 的泰勒級數僅供參考。			

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
無窮數列 (Infinite Sequences)	<a href="https://youtu.be/6GT57CaxLtM">https://youtu.be/6GT57CaxLtM</a>	§10.1	(本單元為先備知識) 1. 認識數列收斂和發散的定義。 2. 數列的極限可類比為函數在無窮遠處 的極限。 3. 熟悉收斂數列的加減乘除等基本運算	3/21	3/22	1. 數列的收斂可以藉由視覺化圖 形的趨近行為來理解。 2. 收斂數列進行加減乘除後的極 限 = 將級數的極限進行對應 的加減乘除運算



		<p>技巧。</p> <p>4. 若 <math>f(x)</math> 為連續函數，則</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = f\left(\lim_{n \rightarrow \infty} a_n\right)$			3.
<p>數列的收斂定理 (Convergence Theorems for Sequences)</p>	<p><a href="http://youtu.be/SC6B9fT5zyE">http://youtu.be/SC6B9fT5zyE</a></p>	<p>(本單元為先備知識)</p> <p>1. 認識幾何(等比)數列的定義並熟悉其收斂發散的判別方式。</p> <p>2. 認識夾擠定理並熟悉使用的技巧。</p> <p>3. 認識單調數列和有界數列的定義。</p> <p>4. 認識數列的單調收斂定理。</p> <p>5. 定理推導過程僅供參考。</p>	3/24	3/25	<p>1. 等比數列：<math>-1 &lt; r \leq 1 \Rightarrow</math> 收斂</p> <p>2. 單調數列：</p> <p>(1) <math>a_n \nearrow</math>：遞增數列</p> <p>(2) <math>a_n \searrow</math>：遞減數列</p> <p>3.</p>

## 微積分學習筆記(商管) Part A 極限(The Limit)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Purcell & Rigdon, Calculus Early Transcendentals (1e)

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
函數的極限 (The Limit of a Function)	<a href="https://youtu.be/pKqcBIPEUz0">https://youtu.be/pKqcBIPEUz0</a>	§2.1	透過 <b>函數圖形</b> 找出極限值			
極限的運算公式 (Basic Formulas for Limits)	<a href="https://youtu.be/q9UxZyJ4zjQ">https://youtu.be/q9UxZyJ4zjQ</a>	§2.3	1. <b>多項式、有理函數</b> => <b>極限值 = 定義值</b> 2. 熟練 <b>因式分解</b> 與 <b>有理化</b> 技巧			
夾擠定理 (The Squeeze Theorem)	<a href="https://youtu.be/d-2thpEdDKU">https://youtu.be/d-2thpEdDKU</a>		夾擠定理中 <b>不等式前後之極限值必須相同</b>			
單邊極限 (One-Sided Limits)	<a href="https://youtu.be/GiR4ZREi-EI">https://youtu.be/GiR4ZREi-EI</a>	§2.1	1. 熟悉 <b>分段定義函數</b> 的極限求值技巧 2. 認識 <b>絕對值</b> 與 <b>最大整數函數</b>			
無窮大的極限值與鉛直漸近線 (Infinite Limits and Vertical Asymptotes)	<a href="https://youtu.be/E6WQCHIItbY">https://youtu.be/E6WQCHIItbY</a>	§2.4	1. 處理無窮大的極限值時，留意 <b>分式函數</b> 中 <b>分母與分子的正負值</b> 2. 熟悉求 <b>鉛直漸近線</b> 的技巧( <b>多數為分母為 0 之鉛直線</b> )			
無窮遠處的極限與水平漸近線 (Limits at Infinity and Horizontal Asymptotes)	<a href="https://youtu.be/rBl1TPzgyDg">https://youtu.be/rBl1TPzgyDg</a>		1. 求無窮遠處極限時，將 <b>分式函數</b> 中的分母分子 <b>同除以分母的最高次數</b> 2. 熟悉求 <b>水平漸近線</b> 的技巧(分別考慮 $x \rightarrow \infty$ 和 $x \rightarrow -\infty$ 的情況)			
重要的極限公式 (Two Important Limits)	<a href="https://youtu.be/nl0yB46iDqE">https://youtu.be/nl0yB46iDqE</a>	§2.5	1. 著重於 <b>範例的解題應用</b> 2. 定理推導過程僅供參考			

連續函數 (Continuous Functions)	<a href="https://youtu.be/EQnWzfcVzgL">https://youtu.be/EQnWzfcVzgL</a>	§2.7	(本單元不列入考試範圍) 1. 連續 => 圖形不中斷 & 極限值 = 定義值 2. 熟悉指定點是否連續的判斷技巧 3. 不連續點的分類介紹僅供參考			
連續函數的運算 (Formulas for Continuous Functions)	<a href="https://youtu.be/JsPm8b_Ck3w">https://youtu.be/JsPm8b_Ck3w</a>		(本單元不列入考試範圍) 1. 多項式、有理函數、根式函數、絕對值、三角函數、指對數函數皆於其定義域為連續函數 2. 連續函數之加、減、乘、除、合成仍為連續函數 3. 以上常見函數：連續區間 = 定義域			
中間值定理 (The Intermediate Value Theorem)	<a href="https://youtu.be/MaGGuJ0MNw">https://youtu.be/MaGGuJ0MNw</a>		(本單元不列入考試範圍) 1. 認識中間值定理與勘根定理 2. 熟悉驗證方程式解存在的技巧			
自然指數與自然對數函數 (Natural Exponential and Natural Logarithmic Functions)	設計製作中	§2.6	認識常數 $e$ ，以及函數 $e^x$ 和 $\ln x$			

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
函數的極限 (The Limit of a Function)	<a href="https://youtu.be/pKqcBIPEUz0">https://youtu.be/pKqcBIPEUz0</a>	§2.1	透過函數圖形找出極限值	09/17	09/18	利用動態感受找出極限
極限的運算公式 (Basic Formulas for Limits)	<a href="https://youtu.be/q9UxZyJ4zjQ">https://youtu.be/q9UxZyJ4zjQ</a>	§2.3	1. 多項式、有理函數 => 極限值 = 定義值 2. 熟練因式分解與有理化技巧	09/18	09/18	小心計算錯誤！！

# 微積分學習筆記(商管) Part B 導數(The Derivative)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Purcell & Rigdon, Calculus Early Transcendentals (1e)

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
切線 (The Tangent Line)	<a href="https://youtu.be/9spBgwgL79g">https://youtu.be/9spBgwgL79g</a>	§3.1	1. 認識切線的幾何意義與求法 2. 熟悉導數符號的使用方式			
變化率 (The Rate of Change)	<a href="https://youtu.be/xrJrZHpONhs">https://youtu.be/xrJrZHpONhs</a>	§3.1 §3.2	1. 認識平均變化率和(瞬間)變化率的概念 2. 導數 = (瞬間)變化率			
導函數 (The Derivative as a Function)	<a href="https://youtu.be/oT0eTLQryDw">https://youtu.be/oT0eTLQryDw</a>	§3.2	1. 認識導函數的概念 2. 熟悉導函數符號的使用方式 3. 瞭解可微分的定義與不可微分的常見類型(不連續點、尖點和鉛直切線)			
基本的微分公式 (Basic Differentiation Formulas)	<a href="https://youtu.be/HaLZtzveqyU">https://youtu.be/HaLZtzveqyU</a>	§3.3	1. 熟悉常數函數、加減法與係數乘法的導數公式 2. 熟悉多項式的導數求法 3. 定理推導過程僅供參考			
法線 (The Normal Line)	<a href="https://youtu.be/teMMc5ySZ2U">https://youtu.be/teMMc5ySZ2U</a>	無	1. 認識法線的幾何意義 2. 熟悉求法線的技巧			
微分的乘法與除法公式 (Product and Quotient Rules)	<a href="https://youtu.be/bPBdl8h5O0Y">https://youtu.be/bPBdl8h5O0Y</a>	§3.3	1. 認識乘法與除法的導數公式 2. 定理推導過程僅供參考			
三角函數的導數 (Derivatives of Trigonometric Functions)	<a href="https://youtu.be/JFk6tcHmhco">https://youtu.be/JFk6tcHmhco</a>	§3.4	1. 認識三角函數的導數公式 2. 定理推導過程僅供參考			
鏈鎖律	<a href="https://youtu.be/6NwD9unzZ6s">https://youtu.be/6NwD9unzZ6s</a>	§3.5	1. 認識鏈鎖律(合成函數的導數)公式			

(The Chain Rule)			2. 定理推導過程僅供參考			
鏈鎖律的應用 (Applications of the Chain Rule)	<a href="https://youtu.be/2xVIQ4vtOOI">https://youtu.be/2xVIQ4vtOOI</a>		1. 熟悉 <b>函數次方型式與廣義型三角函數的導數公式</b> 與使用技巧 2. 定理推導過程僅供參考			
指數和對數函數的導數 (Derivatives of Exponential and Logarithmic Functions)	設計製作中		熟悉 <b>(基本型與廣義型)指數和對數函數的導數公式</b> 與使用技巧			
對數微分法 (Logarithmic Differentiation)	<a href="https://youtu.be/YVEQ5wgUPaQ">https://youtu.be/YVEQ5wgUPaQ</a>	§3.9	<b>教學講義 &amp; 影片位於 Part. F 超越函數</b> 1. 先使用 <b>對數律</b> 將問題化簡 2. 處理 <b>連續乘除</b> ，以及 <b>未知數同時出現於底數和指數的次方函數</b> 等問題為最佳使用時機			
高階導數 (Higher Derivatives)	<a href="https://youtu.be/zKwYW5MUktY">https://youtu.be/zKwYW5MUktY</a>	§3.6	熟悉 <b>各類型高階導數符號</b> 的使用方法			
隱函數微分法 (Implicit Differentiation)	<a href="https://youtu.be/dxOI7KKBkjY">https://youtu.be/dxOI7KKBkjY</a>	§3.7	對等號兩側進行微分時，留意 <b>微分公式</b> (如 <b>乘法律</b> 、 <b>鏈鎖律</b> )的使用是否正確			

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
切線 (The Tangent Line)	<a href="https://youtu.be/9spBggwL79g">https://youtu.be/9spBggwL79g</a>	§3.1	1. 認識 <b>切線的幾何意義與求法</b> 2. 熟悉 <b>導數符號</b> 的使用方式	10/07	10/08	1. 切線斜率 = 割線斜率取 limit 2.
變化率 (The Rate of Change)	<a href="https://youtu.be/xrJrzHpONhs">https://youtu.be/xrJrzHpONhs</a>	§3.1 §3.2	1. 認識 <b>平均變化率</b> 和 <b>(瞬間)變化率</b> 的概念 2. <b>(瞬間)變化率 = 導數</b>	10/10	10/12	可應用於求物體移動速度、人口成長、經濟成長、放射性物質衰變等各領域之問題

# 微積分學習筆記(商管) Part C 導數的應用(Applications of the Derivative)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Purcell & Rigdon, Calculus Early Transcendentals (1e)

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
線性估計 (Linear Approximations)	<a href="https://youtu.be/XkB1CASsYR0">https://youtu.be/XkB1CASsYR0</a>	§3.11	1. 認識線性估計的幾何意義與線性化(函數)的求法 2. 熟悉運用於實際數值估算的技巧			
微分量 (Differentials)	<a href="https://youtu.be/fvzaLwDddcs">https://youtu.be/fvzaLwDddcs</a>		1. 認識微分量的幾何意義與公式 2. 熟悉運用於實際數值估算的技巧			
函數的極值 (Extreme Values of Functions)	<a href="https://youtu.be/DasGvtIhtIU">https://youtu.be/DasGvtIhtIU</a>	§4.1 §4.3	1. 認識絕對最大(小)值與局部極大(小)值的定義與幾何意象 2. 連續函數 + 有界閉區間 $[a, b] \Rightarrow$ 有絕對最大值與絕對最小值			
費馬引理與臨界點 (Fermat's Theorem and Critical Points)	<a href="https://youtu.be/-UU3ISgaw8g">https://youtu.be/-UU3ISgaw8g</a>		1. 瞭解臨界點的概念與求法 2. 能運用解題三步驟求出極值			
均值定理 (The Mean Value Theorem)	<a href="https://youtu.be/vVujXAkRwiM">https://youtu.be/vVujXAkRwiM</a>	§4.6	(本單元不列入考試範圍) 1. 瞭解洛爾定理與均值定理的幾何意義 2. 認識最後兩個推論所陳述的結果 3. 定理推導過程僅供參考			
遞增與遞減函數 (Increasing and Decreasing Functions)	<a href="https://youtu.be/RWApWeOB-Qg">https://youtu.be/RWApWeOB-Qg</a>	§4.2	1. 本系列範例皆為 $x^4 - 4x^3 + 10$ 2. 熟悉以下系列問題的解題技巧：(a)臨界點 (b)遞增遞減區間 (c)局部極值 (d)上凹下凹區間 (e)反曲點 (f)函數作			
一階導數判別法 (First Derivative Test)	<a href="https://youtu.be/Vo-kEg3S0ww">https://youtu.be/Vo-kEg3S0ww</a>	§4.3				

圖形的凹性與反曲點 (Concavity and Inflection Points)	<a href="https://youtu.be/-NgyjEiOLHk">https://youtu.be/-NgyjEiOLHk</a>	§4.2	圖 3. 定理推導過程僅供參考			
二階導數判別法 (Second Derivative Test)	<a href="https://youtu.be/nFjLYJyBnqI">https://youtu.be/nFjLYJyBnqI</a>	§4.3				
反導函數與不定積分 (Antiderivatives and Indefinite Integrals)	<a href="https://youtu.be/EYAdTORq7tA">https://youtu.be/EYAdTORq7tA</a>	§4.8	1. 認識反導函數與不定積分的概念 2. 認識反導函數的一般型式 3. 定理推導過程僅供參考			
不定積分的基本公式 (Formulas for Indefinite Integrals)	<a href="https://youtu.be/xallxiadK1A">https://youtu.be/xallxiadK1A</a>		1. 熟記反導函數公式表 2. 加強求解反導函數或不定積分的技巧			

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
線性估計 (Linear Approximations)	<a href="https://youtu.be/XkB1CASsYR0">https://youtu.be/XkB1CASsYR0</a>	§3.11	1. 認識線性估計的幾何意義與線性化(函數)的求法 2. 熟悉運用於實際數值估算的技巧	11/12	11/13	1. $f(x) \doteq L(x) = f(a) + f'(a)(x-a)$ 2. 當 $x$ 愈接近 $a$ ，則估計愈精準
微分量 (Differentials)	<a href="https://youtu.be/fvzaLwDddcs">https://youtu.be/fvzaLwDddcs</a>		1. 認識微分量的幾何意義與公式 2. 熟悉運用於實際數值估算的技巧	11/13	11/14	1. $\Delta y \doteq dy = f'(x) dx$ 2. 當 $\Delta x$ 愈接近 0，則估計愈精準

## 微積分學習筆記(商管) Part D & E

### 積分(The Integral) & 積分的應用(Applications of the Integral)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Purcell & Rigdon, Calculus Early Transcendentals (1e)

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
曲線下的面積 (The Area under a Curve)	<a href="http://youtu.be/Nfirv1-Wfl">http://youtu.be/Nfirv1-Wfl</a>	無	無			
定積分 (The Definite Integral)	<a href="http://youtu.be/sMJbnYrBjck">http://youtu.be/sMJbnYrBjck</a>	§5.2	1. 定積分 = 曲線下方區域面積 = 黎曼和再取極限 2. 定積分 = $x$ 軸上方區域面積 - $x$ 軸下方區域面積			
定積分的基本性質 (The Properties of the Definite Integral)	<a href="http://youtu.be/94Rh19V93Zc">http://youtu.be/94Rh19V93Zc</a>	§5.2 §5.3	1. 連續函數 => 可積分函數 2. 熟悉定積分的基本運算公式。 3. 定積分的上下界交換之後要取負值。 4. 定積分滿足區間的相加性質。 5. 較大的函數會有較大的定積分(比較定理)。			
微積分第一基本定理 (First Fundamental Theorem of Calculus)	<a href="http://youtu.be/4Pn9sH0bVZg">http://youtu.be/4Pn9sH0bVZg</a>	§5.3	1. 函數 $f$ 先積分再微分 = 原函數 $f$ 2. 積分與微分為互逆的運算。 3. 熟悉廣義化的公式，亦即上界為函數 $u(x)$ 的推廣化公式。 4. 定理推導過程僅供參考。			
微積分第二基本定理	<a href="http://youtu.be/5">http://youtu.be/5</a>	§5.4	1. 定積分 = 反導函數在上界的數值 -			



(Second Fundamental Theorem of Calculus)	<a href="#">ArI9VIPDOM</a>		<p style="text-align: center;">在下界的數值</p> <p>2. 回顧反導函數的公式，並熟練使用反導函數計算定積分的技巧。</p> <p>3. 定理推導過程僅供參考。</p>			
代換積分法 (The Substitution Rule)	<a href="http://youtu.be/rd8827R-HFQ">http://youtu.be/rd8827R-HFQ</a>	§5.4 §7.1	<p>1. 可定義 <math>u(x)</math> 為完全次方當中的函數，或是三角函數裡的角度函數。</p> <p>2. 利用微分量的技巧實施代換積分法。</p> <p>3. 使用代換積分法計算定積分時，必須一併將上界和下界置換。</p>			
函數的平均 (The Average of a Function)	<a href="http://youtu.be/pMqxx9PMxRc">http://youtu.be/pMqxx9PMxRc</a>	§5.5	函數的平均 = 定積分 ÷ 區間長			
奇偶函數的定積分 (The Definite Integrals of Odd and Even Functions)	<a href="https://youtu.be/fEdH6g-sWoe">https://youtu.be/fEdH6g-sWoe</a>	§5.5	<p>1. 奇偶函數的定積分性質僅適用於 <math>[-a, a]</math> 的對稱區間。</p> <p>2. 偶函數在 <math>[-a, a]</math> 的定積分為其在 <math>[0, a]</math> 定積分的 2 倍。</p> <p>3. 奇函數在 <math>[-a, a]</math> 的定積分 = 0</p> <p>4. 定理推導過程僅供參考。</p>			
曲線所圍區域的面積 (I) (The Area between Curves (I))	<a href="http://youtu.be/dsqvGlqakdQ">http://youtu.be/dsqvGlqakdQ</a>	§6.1	<p>1. 第 I 類型區域的面積 = 上方曲線 - 下方曲線對 <math>x</math> 的定積分</p> <p>2. 推廣化的面積公式要先加絕對值。</p>			
曲線所圍區域的面積 (II) (The Area between Curves (II))	<a href="http://youtu.be/ENHQZcWPWtA">http://youtu.be/ENHQZcWPWtA</a>		第 II 類型區域的面積 = 右邊曲線 - 左邊曲線對 $y$ 的定積分			

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
曲線下的面積 (The Area under a Curve)	<a href="http://youtu.be/Nfirv1_-WfI">http://youtu.be/Nfirv1_-WfI</a>	無	無	12/24	無	可將一般面積問題轉化為曲線下方區域的面積求值。

定積分 (The Definite Integral)	<a href="http://youtu.be/sMJbnYrBjck">http://youtu.be/sMJbnYrBjck</a>	<b>§5.2</b>	1. 定積分 = 曲線下方區域面積 = 黎曼和再取極限 2. 定積分 = $x$ 軸上方區域面積 - $x$ 軸下方區域面積	12/25	12/25	定積分 = 矩形面積和(估計值)再取極限(使誤差趨近於 0)
--------------------------------	---	-------------	--	-------	-------	--------------------------------

## 微積分學習筆記(商管) Part G & H

### 積分技巧(Techniques of Integration) & 進階的應用(Further Applications)

班級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

※ 微積總棟員 <https://sites.google.com/site/calculusteaching/>

※ 指定用書 Purcell & Rigdon, Calculus Early Transcendentals (1e)

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
分部積分法 (I) (Integration by Parts (I))	<a href="https://youtu.be/p6uPqpDvRx4">https://youtu.be/p6uPqpDvRx4</a>	§7.2	選擇正確的 $u$ 和 $dv$ 以化簡積分問題。			
分部積分法 (II) (Integration by Parts (II))	<a href="https://youtu.be/XdyeUCeQKTg">https://youtu.be/XdyeUCeQKTg</a>		1. 若使用分部積分法能化簡積分問題，卻仍無法解出，則可以持續使用分部積分法再次化簡問題。 2. 定積分型式的分部積分法為不定積分的型式加上對應的上下界。			

單元	教學影片	對應章節	重點提示	學習日期	演練習題日期	學習註記
不定型式與羅必達法則 (I) (Indeterminate Forms and L'Hôpital's Rule (I))	<a href="https://youtu.be/FSMJi2l3QXk">https://youtu.be/FSMJi2l3QXk</a>	§8.1 §8.2	1. 認識 $\frac{0}{0}$ 和 $\frac{\infty}{\infty}$ 不定型式的定義。 2. 熟悉羅必達法則的使用時機與技巧。(必須分子和分母同時趨近 0 或同時趨近 $\infty$ 才能使用) 3. 回顧各類函數的導數公式，以應用於羅必達法則。 4. 定理推導過程僅供參考。			

不定型式與羅必達法則 (II) (Indeterminate Forms and L'Hôpital's Rule (II))	<a href="https://youtu.be/BAjXrYJd88I">https://youtu.be/BAjXrYJd88I</a>	§8.2	1. 認識 $0 \cdot \infty$ 和 $\infty - \infty$ 不定型式的定義。 2. 若是 $0 \cdot \infty$ 的不定型式，先將乘法的型式改寫為除法，亦即將 $fg$ 改寫為 $\frac{f}{\frac{1}{g}}$ 。 3. 若是分數相減且為 $\infty - \infty$ 的不定型式，先進行通分改寫為分式。			
不定型式與羅必達法則 (III) (Indeterminate Forms and L'Hôpital's Rule (III))	<a href="https://youtu.be/9fpmuksvMPU">https://youtu.be/9fpmuksvMPU</a>		1. 認識 $0^0$ 、 $\infty^0$ 和 $1^\infty$ 不定型式的定義。 2. 若是 $0^0$ 、 $\infty^0$ 或 $1^\infty$ 的不定型式，先取自然對數再計算對應的極限，最後取自然指數得到答案。			
第一類型瑕積分 (Improper Integrals of Type I)	<a href="https://youtu.be/acSGZELww3s">https://youtu.be/acSGZELww3s</a>		認識第一類型瑕積分 ( $\int_a^\infty f(x)dx$ 、 $\int_{-\infty}^b f(x)dx$ 和 $\int_{-\infty}^\infty f(x)dx$ ) 與其收斂發散的定義。			
瑕積分的審斂法 (Tests for Improper Integrals)	<a href="https://youtu.be/YCuD_JVa0mM">https://youtu.be/YCuD_JVa0mM</a>	§8.3	1. $\int_1^\infty \frac{1}{x^p} dx$ 收斂 $\Leftrightarrow p > 1$ 2. 比較定理：若兩個函數皆為正值， (1) 大的函數瑕積分收斂 $\Rightarrow$ 小的函數瑕積分收斂 (2) 小的函數瑕積分發散 $\Rightarrow$ 大的函數瑕積分發散 3. 極限比較定理：若 $f(x), g(x) > 0$ ，且 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = L > 0$ ，則兩函數的瑕積分同時收斂或同時發散。 4. 定理推導過程僅供參考。 5. 比較定理和極限比較定理不列入考試範圍。			
第二類型瑕積分 (Improper Integrals of Type II)	<a href="https://youtu.be/jprxaymB_Ec">https://youtu.be/jprxaymB_Ec</a>	§8.4	認識第二類型瑕積分與其收斂發散的定義。			

學習紀錄填寫範例：

單元	教學影片	對應 章節	重點提示	學習 日期	演練 習題 日期	學習註記
分部積分法 (I) (Integration by Parts (I))	<a href="https://youtu.be/p6uPqpDvRx4">https://youtu.be/p6uPqpDvRx4</a>	§7.2	選擇正確的 $u$ 和 $dv$ 以化簡積分問題。	3/10	3/11	熟記分部積分法公式 $u \Rightarrow du$ 利用求導數的技巧 $dv \Rightarrow v$ 利用求反導函數的技巧
分部積分法 (II) (Integration by Parts (II))	<a href="https://youtu.be/XdyeUCeQKTg">https://youtu.be/XdyeUCeQKTg</a>		1. 若使用分部積分法能化簡積分問題，卻仍無法解出，則可以持續使用分部積分法再次化簡問題。 2. 定積分型式的分部積分法為不定積分的型式加上對應的上下界。	3/13	3/14	使用分部積分法 $\Rightarrow x$ 的次方減少(降階) $\Rightarrow$ 可繼續使用分部積分法