

# 逢甲大學學生報告 ePaper

## 品質計劃與管制：以管制圖監控製程為例

Quality Planning and Control : Using Control Charts for Process Monitoring

作者：馮莉芸、許以潔

系級：工業三乙

學號：D1148617、D1148706

開課老師：王姿惠 教師

課程名稱：品質計劃與管制

開課系所：工業工程與系統管理學系

開課學年：113 學年度 第一學期



## 中文摘要

本研究旨在比較  $\bar{X}$ -R、 $\bar{X}$ -S 及 I-MR 三種管制圖在不同製程條件下之性能，並分析其在統計製程管制之適用性及應用價值。透過結合課堂所學及 Minitab 模擬實驗數據，探討三種管制圖在誤判率、敏感度及成本效益方面表現，並根據不同樣本數及製程變異情境進行比較。

研究結果顯示， $\bar{X}$ -R 管制圖在成本效益方面表現最佳，適用於一般穩定製程品質監控； $\bar{X}$ -S 管制圖雖成本較高，但其對製程穩定度判斷更為準確，適用於變異較大製程環境；I-MR 管制圖則適合用於需要即時反應之快速變化製程，雖然誤判風險較高，卻在單次製程監控具有一定應用價值。

綜合分析結果，本研究提出不同管制圖在各種情境下最佳應用建議。 $\bar{X}$ -S 管制圖在降低誤判風險及提高製程管制準確度方面具有較高效果，尤其適用於變異較大或對品質管制要求較高之環境。

**關鍵字：**品質監控、品質計劃與管制、統計製程管制、管制圖

## Abstract

This study aims to compare the performance of Xbar-R, Xbar-S, and I-MR control charts under different process conditions, and analyze their applicability and value in Statistical Process Control (SPC). By combining classroom learning with Minitab simulation experiments, the study explores the performance of the three control charts in terms of false alarm rates, sensitivity, and cost-effectiveness, and compares them based on different sample sizes and process variation scenarios.

The results show that the Xbar-R control chart performs best in cost-effectiveness and is suitable for quality monitoring in generally stable processes; the Xbar-S control chart, though more costly, offers more accurate process stability assessment and is suitable for processes with greater variation; the I-MR control chart is suitable for processes requiring immediate response to rapid changes, although it has a higher risk of false alarms, it still holds some application value for monitoring single processes.

Based on the analysis, the study provides recommendations for the best application of different control charts under various scenarios. The Xbar-S control chart demonstrates higher effectiveness in reducing false alarm risk and improving process control accuracy, making it particularly suitable for environments with greater variation or higher demands for quality control.

**Keyword :** Quality Monitoring 、 Quality Planning and Control 、 Statistical Process Control (SPC) 、 Control Charts

## 目 次

<b>第一章 緒論</b> .....	5
1.1 研究背景.....	5
1.2 研究動機.....	6
1.3 研究目的.....	6
<b>第二章 文獻回顧</b> .....	7
2.1 管制圖之方法及應用領域.....	7
2.1.1 Xbar-R 管制圖.....	7
2.1.2 Xbar-S 管制圖.....	9
2.1.3 I-MR 管制圖.....	10
<b>第三章 研究方法</b> .....	14
3.1 研究架構.....	14
3.2 網頁及軟體介紹.....	14
3.2.1 SPC 網頁.....	14
3.2.2 Minitab 軟體.....	16
<b>第四章 研究實作及結果分析</b> .....	19
4.1 操作流程.....	19
4.2 三種管制圖建構及比較分析.....	20
4.2.1 Xbar-R 管制圖.....	20
4.2.2 Xbar-S 管制圖.....	22
4.2.3 I-MR 管制圖.....	24
4.2.4 比較分析及應用價值.....	29

4.3 樣本數不同之管制圖建構及比較分析.....	31
4.3.1 設定樣本數.....	31
4.3.2 建構管制圖及記錄結果.....	32
4.3.3 分析差異.....	37
<b>第五章 結論.....</b>	<b>38</b>
<b>附錄：參考文獻.....</b>	<b>40</b>



# 第一章緒論

## 1.1 研究背景

管制圖為統計製程管制 (Statistical Process Control, SPC) 核心工具，被廣泛應用於監控製程變異及提升品質管理效率。隨著現代製造業生產線複雜性增加及客製化需求日益上升，製程穩定性監控變得更加重要。透過管制圖，品質管理人員能即時偵測製程異常，防止潛在品質問題於生產過程進一步擴大。常用管制圖包括  $\bar{X}$ -R、 $\bar{X}$ -S 及 I-MR 等，每種圖表針對不同樣本數及變異情境進行優化，以提供製程穩定性參考。然而，在實務操作由於樣本數不足或製程資料變異性過大，不恰當之管制圖選擇可能降低監控準確度，甚至影響產品品質。隨著數據分析技術快速發展，管制圖應用效率不斷提升。特別是在非常態分佈數據或多變數製程監控，學術界提出結合轉換方法與製程能力指數之創新應用。

此外，管制圖應用亦可延伸到個人生活。例如在體重管理方面，可以每日記錄體重數據並繪製管制圖進行監控。如果體重呈現上升趨勢，可以及時調整飲食，避免突然體重大幅增加而難以控制，此應用方式有助於提高健康管理效率；在零用錢支出管理方面，可以將每月固定零用金設定為上管制界限，根據理財目標設定下管制界限，再用每日記帳數據繪製管制圖，清楚掌握零用錢使用情況。一旦支出超出上管制界限，可以檢視記帳記錄，找出不必要開銷並改進；若支出接近下管制界限，可以考慮將剩餘金額存入銀行或留作下個月使用，以逐步培養儲蓄習慣。此外，管制圖亦可用於心跳速率管理。正常人平均心跳速率約為每分鐘 60 至 80 次，可將此範圍設定為管制界限，以監控心跳穩定性，有效追蹤健康狀態。從不同領域應用案例可以看出，管制圖在實務及日常生活之價值。不僅展現在多種場景之廣泛適用性，也凸顯其性能及效果重要性。

## 1.2 研究動機

在品質管理中，根據製程特性選擇最合適之管制圖為一大挑戰。隨著製程條件不斷變化（如樣本數多寡、製程變異大小及生產環境複雜性），不同管制圖在敏感度、誤判率及實際應用效果可能會有顯著差異。若沒有充分考慮這些因素，可能會面臨監控結果偏差之風險，例如誤判為異常或未能及時發現問題，進而影響品質決策準確性，甚至造成潛在損失。現今 I-MR 管制圖已被證實能有效應用於供應鏈數據與項目成本監控，但在製造過程中之應用仍存在挑戰。品質管理課程中，我們學習如何分辨及使用各類管制圖並使用電腦軟體 Minitab 進行管制圖分析。因此，本研究希望結合課堂所學及電腦軟體系統性比較  $\bar{X}$ -R、 $\bar{X}$ -S 及 I-MR 管制圖之性能表現，從誤判率、敏感度及成本效益等多角度進行分析，以更好地理解各類管制圖適用場景。

## 1.3 研究目的

本研究主要目的為透過品質管理課程中教授之管制圖理論與觀念，結合授課教師課程設計之數據模擬平台，將理論與實作相結合，從中比較  $\bar{X}$ -R、 $\bar{X}$ -S 及 I-MR 三種管制圖於不同製程條件下之性能，並分析其適用性及應用價值。針對樣本數多寡等影響因素，結合模擬與實驗數據，探討三類管制圖在誤判率、敏感度及成本效益之表現。期望在資源有限情況下，能選擇合適品質監控之方法。

目前，大部分有關管制圖之比較研究集中於單一製程或特定條件，對於多樣化情境分析相對較少。因此，本研究預期建立一個簡單評估框架，旨在幫助選擇更適合管制圖，並深入探討其在不同情境下之性能及適用性。

## 第二章 文獻回顧

### 2.1 管制圖之方法及應用領域

針對品質管理之製程監控技術，管制圖是檢測製程穩定性及反應異常之關鍵工具。本研究針對以下幾種常見管制圖進行文獻探討。期望通過分析其應用方法及實際案例，為選擇適合管制圖提供依據，以提升製程穩定性及品質管理效率。

#### 2.1.1 Xbar-R 管制圖

Xbar-R 管制圖是一種統計製程管制工具，用於監控制程平均值與變異之穩定性。此方法通常用於小樣本 ( $n \leq 10$ ) 的情況。由兩部分組成：

1. Xbar 管制圖：反映每組樣本平均值是否穩定，監控制程中心位置之變化。
2. R 管制圖：反映每組樣本範圍（最大值與最小值之差）是否穩定，監控制程之變異程度。

#### ● Xbar-R 管制圖公式說明

Xbar 管制圖公式：

中心線 (CL)：

$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}}$$

$\bar{\bar{x}}$ ：所有樣本組平均值之平均值

上管制界限 (UCL) 及下管制界限 (LCL)：

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$$

$A_2$ ：與樣本組大小  $n$  有關之數（查表可得）

$\bar{R}$ ：所有樣本組全距之平均值（最大值減最小值）

R 管制圖公式：

中心線 (CL)：

$$CL_R = \bar{R}$$

$\bar{R}$ ：所有樣本組全距之平均值（最大值減最小值）

上管制界限 (UCL) 及下管制界限 (LCL)：

$$UCL_R = D_4\bar{R}$$

$$LCL_R = D_3\bar{R}$$

$D_3$ 、 $D_4$ ：與樣本組大小  $n$  有關之數（查表可得）

公式整理：

$\bar{X}$ chart	R chart
$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$	$UCL_R = D_4\bar{R}$
$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}}$	$CL_R = \bar{R}$
$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$	$LCL_R = D_3\bar{R}$

Xbar-R 管制圖可應用於醫療領域，傳統手動監測患者血壓的方式效率較低且容易出錯；有鑑於此，Albloushi 等人 (2015) 提出基於患者自測數據之 Xbar-R 管制圖設計，結合統計製程管制，改善高血壓治療效果之監測與管理。首先，該研究於第一階段 (Phase I) 透過患者在家記錄之初始數據，計算樣本之平均值與範圍，據此繪製管制圖並設定管制界限；其次，該研究於第二階段 (Phase II) 使用管制圖監測患者用藥後數據，檢測管制界限內之變異與異常情況；接著，該研究針對用藥過程進行階段性分析，包括用藥前、用藥後與隨訪，以確保管制圖對血壓模式變化之敏感性；最後，該研究根據隨訪數據更新管制界限，確保患者血壓趨勢穩定並優化後續治療策略。實驗結果顯示，用藥前患者之平均舒張壓為 92.39 mmHg，高於臨界值 90 mmHg；使用 10 毫克 ACE 抑制劑後降至 80.86

mmHg；隨訪階段用藥 5 毫克進一步降至 76.79 mmHg。管制圖顯示患者血壓數據均於穩定管制範圍內，且隨劑量調整呈現顯著改善之趨勢。

### 2.1.2 Xbar-S 管制圖

Xbar-S 管制圖是一種統計製程管制工具，用於監控制程平均值與變異之穩定性。此方法通常用於 ( $n > 10$ ) 的情況。由兩個部分組成：

1. Xbar 管制圖：用來監控制程樣本平均值的穩定性，確保製程中心位置不偏移。
2. S 管制圖：用來監控制程樣本標準差的變異，反映製程分布的穩定性。

#### ● Xbar-S 管制圖公式說明

Xbar 管制圖公式：

中心線 (CL)：

$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}}$$

$\bar{\bar{x}}$ ：所有樣本組平均值之平均值

上管制界限 (UCL) 及下管制界限 (LCL)：

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{S}$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{S}$$

$A_3$ ：與樣本組大小  $n$  有關之數（查表可得）

$\bar{S}$ ：所有樣本組標準差之平均值

S 管制圖公式：

中心線 (CL)：

$$CL_S = \bar{S}$$

$\bar{S}$ ：所有樣本組標準差之平均值

上管制界限 (UCL) 及下管制界限 (LCL)：

$$UCL_S = B_4 \bar{S}$$

$$LCL_S = B_3 \bar{S}$$

$B_3$ 、 $B_4$ ：與樣本組大小  $n$  有關之常數（查表可得）

公式整理：

$\bar{X}$ chart	S chart
$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{S}$	$UCL_S = B_4 \bar{S}$
$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}}$	$CL_S = \bar{S}$
$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}} - A_3 \bar{S}$	$LCL_S = B_3 \bar{S}$

Xbar-S 管制圖可應用於出生體重監控，目前在阿聯酋及全球範圍內，沒有系統性之程序監控出生體重平均值及變異性之變化趨勢；有鑑於此，Alali 等人 (2015) 提出使用統計製程管制監控出生體重變化。首先，該研究收集來自阿聯酋某公立醫院出生紀錄資料，共 25 個子群，每個子群包含 30 個樣本；其次，該研究根據收集之歷史資料，使用 Xbar-S 管制圖監控出生體重之平均值及變異性，並根據每個子群之平均值及標準差使用公式得出管制界限；接著，該研究將每個子群之觀測值繪製於管制圖，並通過 Western Electric Rules 檢測是否存在異常點；最後，該研究使用構建好之管制界限對後續四組新樣本進行監控，確定其是否在管制範圍內，並根據監控結果做進一步分析。實驗結果顯示，阿聯酋國民平均出生體重為 3.208 公斤，標準差為 0.445 公斤。低出生體重比例為 5.59%，高出生體重比例為 0.19%，表明研究期間，阿聯酋國民出生體重在統計上是穩定且受控。該研究證明管制圖能有效監控出生體重變化，有助於及時發現異常並進行改善。

### 2.1.3 I-MR 管制圖

I-MR 管制圖是一種用於監控單一觀測值製程的統計製程管制工具，適合樣本數為 1 的情況。由兩部分組成：

1. I 管制圖：用於監控單一數據點（個別觀測值）是否穩定，反映製程的中心位置。
2. MR 管制圖：用於監控相鄰兩點之間變化幅度的穩定性，反映製程變異。

● I-MR 管制圖公式說明

I 管制圖：

中心線 (CL)：

$$CL_{\bar{x}} = \bar{x}$$

$\bar{x}$ ：所有樣本點之平均值

上管制界限 (UCL) 及下管制界限 (LCL)：

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{x} + 3\frac{\overline{MR}}{d_2}$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{x} - 3\frac{\overline{MR}}{d_2}$$

$\overline{MR}$ ：平均移動全距，用於估算製程之變異性

$d_2$ ：與樣本組大小 n 有關之數（查表可得）

MR 管制圖公式：

中心線 (CL)：

$$CL_{MR} = \overline{MR}$$

$\overline{MR}$ ：平均移動全距

上管制界限 (UCL) 及下管制界限 (LCL)：

$$UCL_{MR} = D_4\overline{MR}$$

$$LCL_{MR} = D_3\overline{MR}$$

$D_3$ 、 $D_4$ ：與樣本組大小 n 有關之數（查表可得）

公式整理：

$\bar{X}$ chart	MR chart
$UCL_{\bar{X}} = \bar{x} + 3\frac{\overline{MR}}{d_2}$ $CL_{\bar{X}} = \bar{x}$ $LCL_{\bar{X}} = \bar{x} - 3\frac{\overline{MR}}{d_2}$	$UCL_{MR} = D_4\overline{MR}$ $CL_{MR} = \overline{MR}$ $LCL_{MR} = D_3\overline{MR}$

I-MR 管制圖可應用於供應鏈及產品可靠性管理，企業在預測建模有所進展，然利用保固數據監控供應鏈物流與產品可靠性仍有改進空間；有鑑於此，Overstreet 及 Mahadevan (2012) 提出一種基於保固數據之監控方法，結合統計製程管制，對供應鏈交期及產品失效時間進行分析，以實現異常監測與預警。首先，該研究將保固數據整理為 Nevada Chart 格式，將製造期間與報告期間之數據進行關聯；其次，該研究針對供應鏈前置時間與產品失效時間建立數學模型，分別採用常態分佈 (Normal Distribution) 與韋伯分佈 (Weibull Distribution) 進行參數建模；接著，該研究運用最大概似估計法 (Maximum Likelihood Estimation, MLE) 計算分佈參數；最後，該研究採用 I-MR 管制圖對估計參數進行監控，通過設置管制界限判斷參數是否超出管制範圍。實驗結果顯示，在模擬環境使用 10,000 個產品單位進行測試，並對 24 個製造期間進行基準建模。第 25 個期間引入參數變化，I-MR 管制圖成功識別供應鏈與產品失效參數之異常變動。該研究表明 I-MR 管制圖在實時監控保固數據中之實用性，為供應鏈物流與產品可靠性管理提供有效解決方案。以下為上述所有文獻之彙整表，如表 2.1 所示。

表 2.1、Xbar-R、Xbar-S 及 I-MR 之相關文獻彙整表

文獻議題		相關研究者	欲解決問題	文獻結論
管制圖	應用領域			
Xbar-R chart	醫療保健	Albloushi 等人 (2015)	高血壓管理	使用 Xbar-R 管制圖監控血壓，有助於管理高血壓，醫生可調整治療計劃，並鼓勵患者定期測量及記錄血壓。
Xbar-S chart	公共衛生 監測	Alali 等人 (2015)	出生體重監控	使用 Xbar-S 管制圖監控出生體重，有助於檢測變化並及時採取措施，作為醫療質量指標，評估解決出生體重問題計劃之有效性。
I-MR chart	供應鏈物 流及產品 可靠性	Overstreet 及 Mahadevan (2012)	供應鏈及產品 可靠性管理	使用 I-MR 管制圖監控供應鏈交貨時間及產品故障時間之分佈，能有效標記管制外狀況，幫助企業及時做出風險決策，改善供應鏈管理及產品可靠性。

## 第三章 研究方法

本研究結合課堂所學理論與實際操作，運用統計製程管制 (SPC) 與 Minitab 軟體進行數據分析，針對不同製程條件，結合模擬與實驗數據進行性能比較。將課程學到判斷製程異常之方法，檢視製程是否存在異常情況，並分析不同管制圖在誤判率、敏感度及成本效益之差異，探討三類管制圖之適用性及實際應用效果。透過理論與工具相結合之方式，期望建立一個簡單而系統之評估框架，為品質監控策略選擇提供參考依據。

### 3.1 研究架構



圖 3.1、研究流程

### 3.2 網頁及軟體介紹

#### 3.2.1 SPC 網頁

網頁網址：<https://qcfcu.shinyapps.io/SimSPC/>

此網頁由本課程：品質管制計劃之授課教師王姿惠架設，為一用於統計製程管制 (Statistical Process Control, SPC) 之線上互動工具。主要功能：使用者可調整樣本大小參數，生成模擬數據。我們將得出之數據結合 Minitab 繪製出管制圖，運用課堂所學，了解數據在管制圖之分布情形，並學習如何進行異常診斷。此模擬數據之網頁共分成兩個階段。如下圖 3.2、圖 3.3 所示

## Process Stability Simulation

Phase 1: Calculate Control Limit

Phase 2: Process Control

### Phase I (階段一)

說明：此階段製程處於穩定狀態，請輸入所需的樣本數 (n) 及樣本組數 (m)。請注意，這一階段所抽取的樣本數將計入總成本計算中！

每個產品的檢驗成本為 \$10

Input Number of Sample Size (1-20):

3

Input Number of Subgroups (1-30):

20

Start Sampling

圖 3.2、階段一之初步樣本數及樣本組數抽樣

## Process Stability Simulation

Phase 1: Calculate Control Limit

Phase 2: Process Control

### Phase II (階段二)

Total Cost:

說明：此階段製程可能處於不穩定狀態，請建立管制圖並進行數據監控，根據監控結果並推測製程可能出現不穩定的時間點，並下決策。

每個產品的檢驗成本為 \$10

發生一次假警報 (False Alarm) 事件成本為 \$1000

發生一次誤放 (Escape) 事件成本為 \$10000

Start Sampling

Next Time

I Think the Process is Unstable !!!

Reset

Finish

圖 3.3、階段二之製程數據穩定性監控及決策

操作流程：

第一階段使用者需要輸入欲模擬的製程樣本數與樣本組數，點選 **Start Sampling** 後，右側將生成一個表格。使用者將表格之數據複製到 Minitab 後，

品質計劃與管制-以管制圖監控製程為例

進入第二階段操作。第二階段模擬從早上 8:00 開始至下午 17:00，按照每 10 分鐘檢查一次製程的頻率進行。每次檢查時，需將右側生成的數據依序複製到 Minitab，並利用 Minitab 繪製管制圖。當管制圖上點顯示異常時，使用者可點擊 **I Think the Process is Unstable!!!** 按鈕進行判斷。系統的反饋可能出現以下兩種情況：

**1. Wrong guess! Type 1 error cost added.**

- 表示該時間點製程實際上是穩定，但使用者誤判為不穩定，此情況即為假警報 (Type 1 error)。

**2. Correct! Process return stable.**

- 表示該製程在判斷時確實處於不穩定狀態。然而，此時也可能存在誤收的情況，即製程不穩定狀態可能已經在該時間點之前就開始發生，而未被及時發現。

### 3.2.2 Minitab 軟體



圖 3.4、Minitab 軟體

Minitab 為一款廣泛應用於統計分析與數據可視化之軟體，常見於製造業、工程、教育及品質管理等領域。其主要功能包括統計分析、管制圖與製程能力分析、數據可視化、數據預處理、實驗設計 (DOE)、可靠度與存活分析，以及預測建模等。

操作流程（範例）：

品質計劃與管制-以管制圖監控製程為例

1. 將 SPC 網頁數據複製到 Minitab。
2. 於 Minitab 上方欄位依序點選 Stat、Control Charts、Variables Charts for Subgroups (如需使用 I-MR 管制圖則點選 Variables Charts for individuals)、Xbar-R。如圖 3.5 所示。

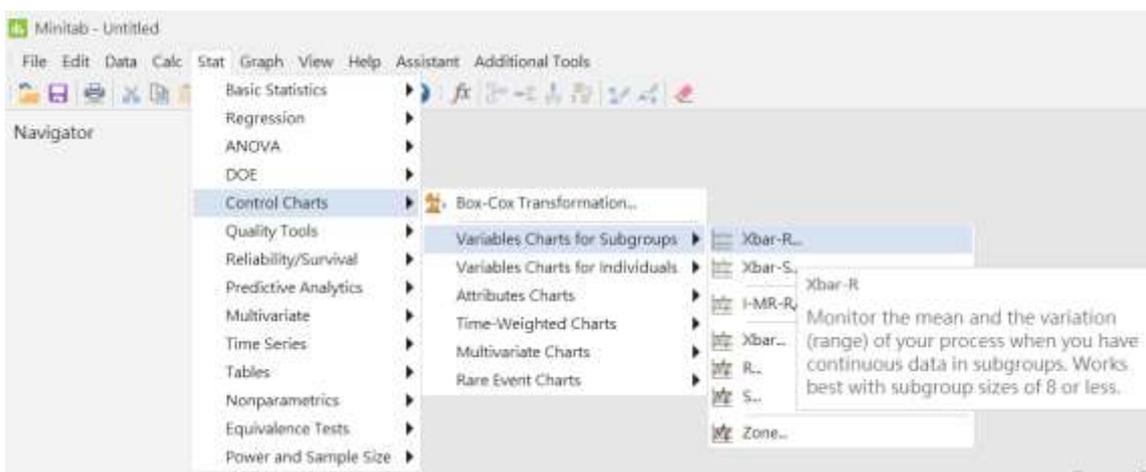


圖 3.5、Minitab 之 Xbar-R 管制圖開啟操作指引

3. 點選 Observations for a subgroup are in one row of columns：選取欄位後按 Xbar-R Option，再點選 Tests 之向下箭頭，改成 Perform all tests for special causes，最後點選 OK。如圖 3.6、圖 3.7 所示。

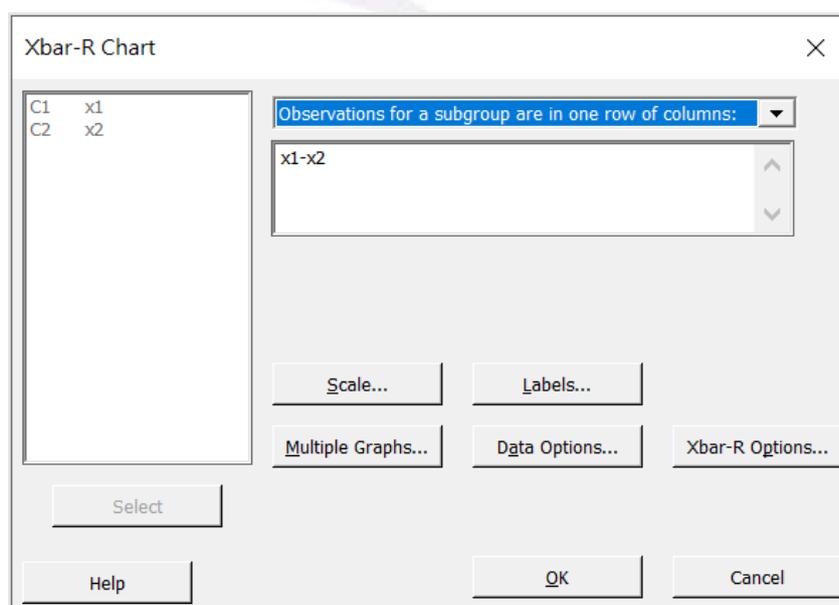


圖 3.6、Minitab 之 Xbar-R 管制圖變數範圍設定

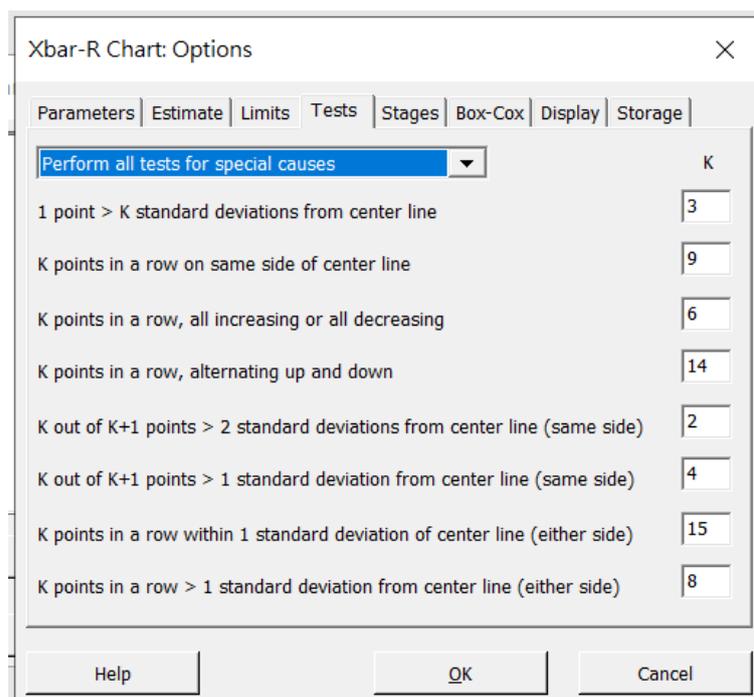


圖 3.7、Minitab 之 Xbar-R 管制圖測試參數設置

4.點選 OK 將跑出下圖結果。如圖 3.8 所示。

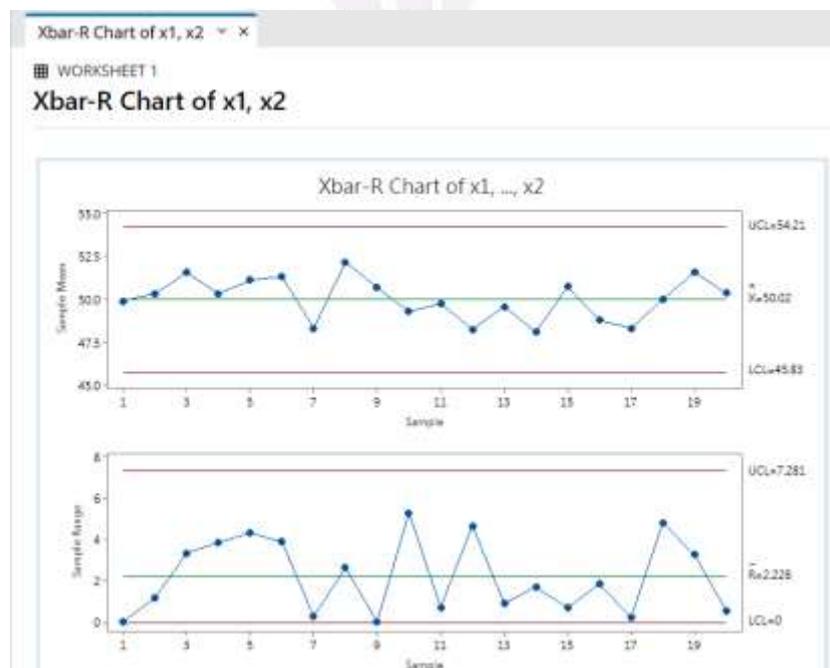


圖 3.8、Minitab 之 Xbar-R 管制圖結果呈現

6.以此類推，將後面數據一筆一筆複製至 Minitab 接續此張管制圖即可完成 8：00-17：00 之製程監控。

## 第四章 實驗過程及結果分析

### 4.1 操作流程

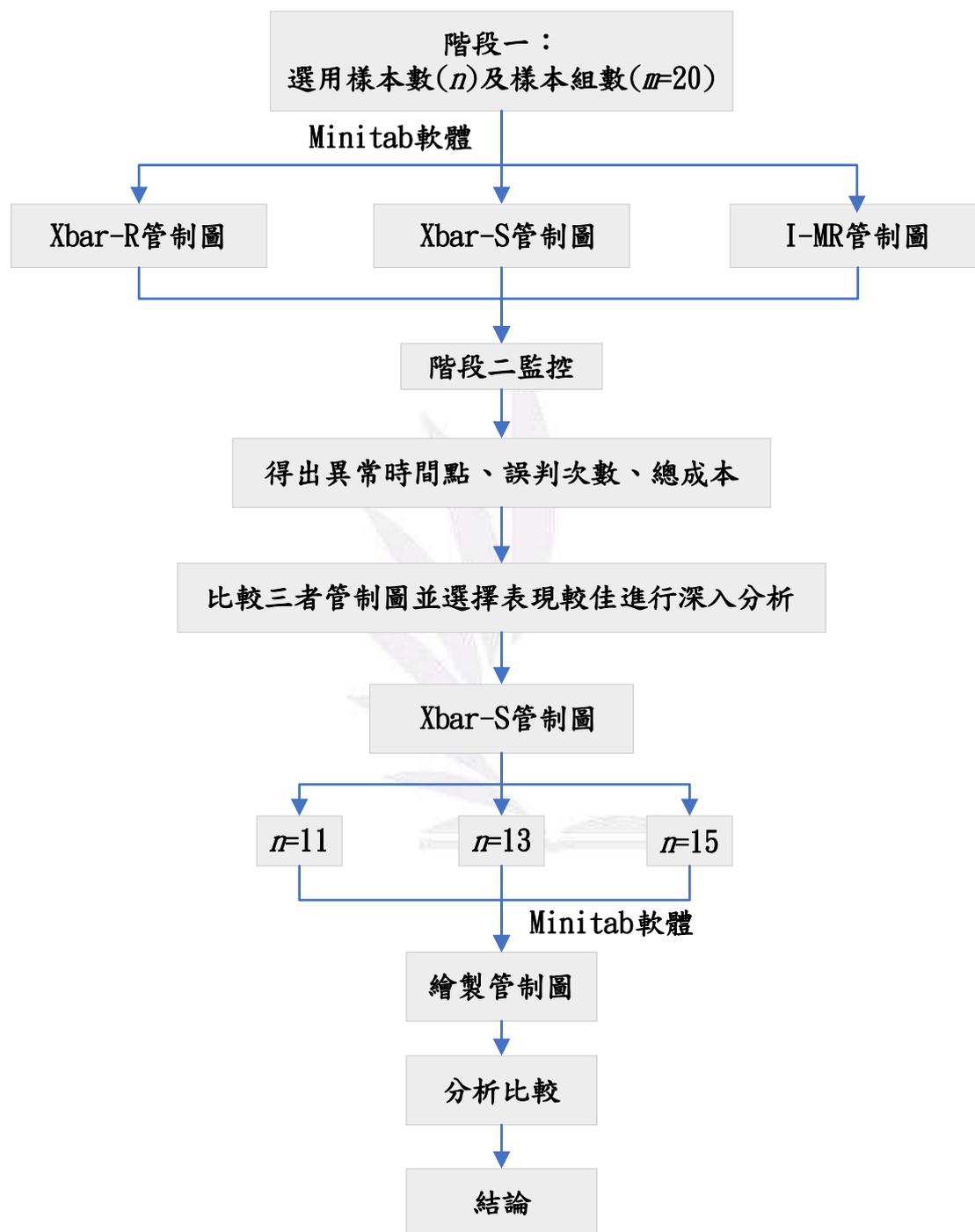


圖 4.1、操作步驟

## 4.2 三種管制圖建構及比較分析

### 4.2.1 Xbar-R 管制圖

- Xbar-R ( $n=2$ )



圖 4.2、Xbar-R ( $n=2$ ) 之階段一抽樣數據

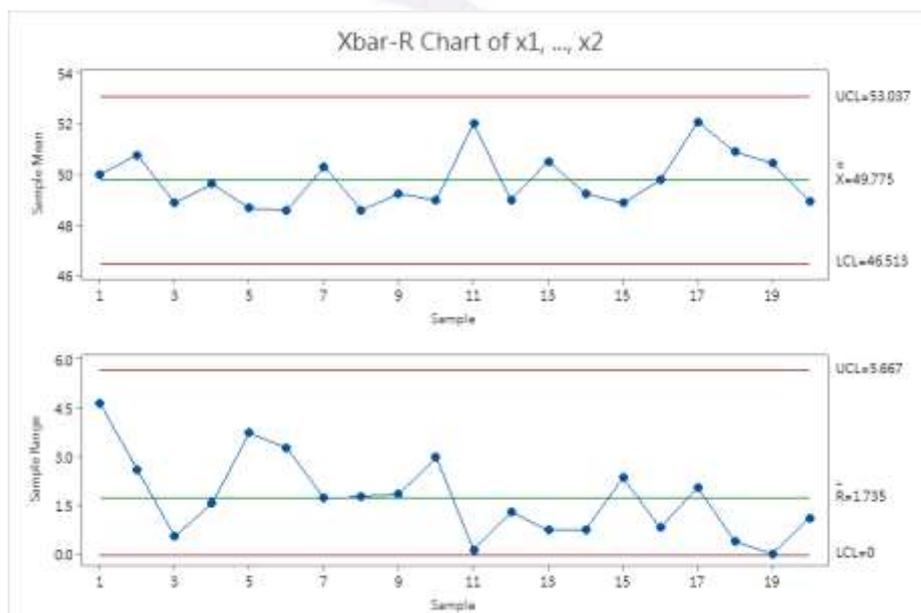


圖 4.3、Xbar-R ( $n=2$ ) 之階段一管制圖

關於 Xbar-R ( $n=2$ ) 於階段一之管制圖，其管制界限如表 4.1 所示。

表 4.1、Xbar-R ( $n=2$ ) 階段一之管制圖管制界限

$UCL_{\bar{x}} = 53.037$	$UCL_R = 5.667$
$CL_{\bar{x}} = 49.775$	$CL_R = 1.735$
$LCL_{\bar{x}} = 46.513$	$LCL_R = 0$

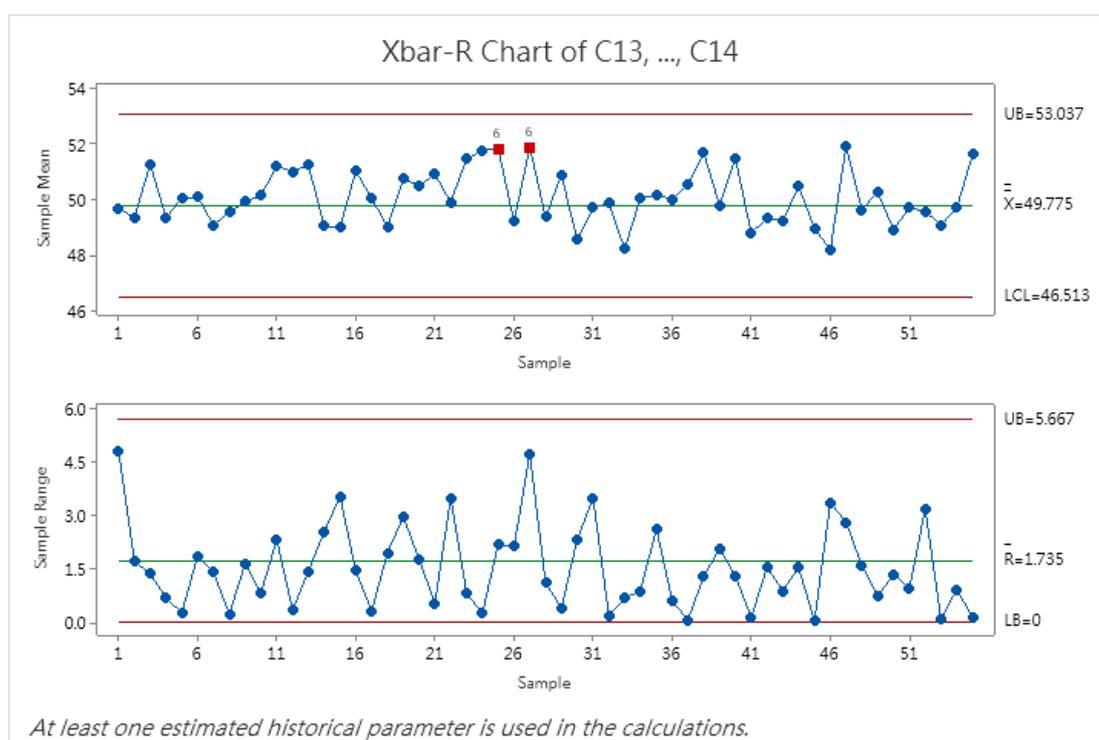


圖 4.4、Xbar-R ( $n=2$ ) 之階段二管制圖

關於 Xbar-R ( $n=2$ ) 管制圖之異常時間點、誤收及假警報次數與總成本計算，我們將其彙整成下列表格，如表 4.2 所示。

表 4.2、Xbar-R ( $n=2$ ) 之製程異常時間與檢測成本分析

異常時間點：9：50、12：00、14：10	<p><b>Total Cost:</b></p> <p>Phase II Inspection Cost: \$ 1100</p> <p>Type 1 Error Cost: \$ 0 count: 0</p> <p>Type 2 Error Cost: \$ 0 count: 0</p> <p>Phase I Inspection Cost: \$ 400</p> <p><b>Total Cost: \$ 1500</b></p> <p><b>unstable time: 09:50, 12:00, 14:10</b></p>
假警報發生次數：0 次；成本：0 元	
誤收發生次數：0 次；成本：0 元	
<p>總成本：</p> <p>=階段一檢測成本+階段二檢測成本</p> <p>=400+1100</p> <p>=1500 元</p>	

### 4.2.2 Xbar-S 管制圖

- Xbar-S ( $n=11$ )

#### Phase I (階段一)

說明：該階段製程處於穩定狀態，請輸入所需的樣本數 ( $n$ ) 及樣本組數 ( $m$ )。請注意，這一階段所抽取的樣本數將計入總成本計算中！

每個產品的檢驗成本為 \$10

Input Number of Sample Size (1-20):

11

Input Number of Subgroups (1-30):

20

Start Sampling

Inspection Cost: \$ 2200

	Data 1	Data 2	Data 3	Data 4	Data 5	Data 6	Data 7	Data 8	Data 9	Data 10	Data 11
1	51.67	49.68	49.08	49.51	49.25	50.78	49.17	48.71	50.44	48.95	48.23
2	50.16	50.75	48.18	49.02	48.31	48.82	52.88	48.66	49.90	47.38	49.46
3	48.48	50.09	49.40	50.76	51.07	49.07	49.70	49.90	51.30	49.61	48.05
4	49.89	49.88	50.96	49.16	51.65	48.76	51.86	50.05	48.43	49.27	47.84
5	51.22	50.92	50.39	50.67	49.11	50.18	50.13	47.08	48.85	49.34	48.77
6	48.34	52.09	51.44	50.11	48.94	49.06	48.54	52.14	49.62	49.07	49.59
7	51.62	48.40	48.57	51.35	49.47	50.79	49.80	48.55	51.66	49.06	49.97
8	52.63	47.76	51.39	50.23	49.78	49.30	51.17	51.19	50.37	51.22	51.09
9	48.09	49.59	52.03	50.89	48.11	49.18	47.05	48.40	52.27	51.38	50.61
10	50.91	48.35	52.03	48.26	50.10	51.17	50.44	51.20	51.81	47.75	52.33
11	49.43	52.94	48.31	54.06	49.91	47.97	49.01	48.67	47.78	49.05	48.89
12	48.33	46.28	50.22	48.60	49.80	50.27	52.74	46.37	51.61	50.72	47.95
13	50.22	49.21	51.23	48.58	48.98	52.10	53.69	53.16	47.88	49.72	51.33
14	51.70	47.85	50.20	52.91	48.42	49.80	48.17	48.30	47.68	48.32	50.18
15	51.57	50.24	52.55	50.94	51.76	49.05	47.84	50.26	49.45	49.28	52.25
16	50.01	49.72	47.92	50.38	50.62	48.66	51.33	49.93	50.58	47.84	51.48
17	49.20	48.82	49.28	51.42	52.41	50.17	50.98	49.22	51.70	51.97	51.38
18	49.63	49.38	49.65	51.59	49.25	52.74	54.15	52.65	48.80	50.03	49.45
19	48.46	50.34	49.77	49.52	48.78	50.34	49.83	51.00	50.38	48.25	47.62
20	48.82	48.70	48.18	48.82	50.68	50.64	50.61	47.78	51.98	48.31	49.43

圖 4.5、Xbar-S ( $n=11$ ) 之階段一抽樣數據

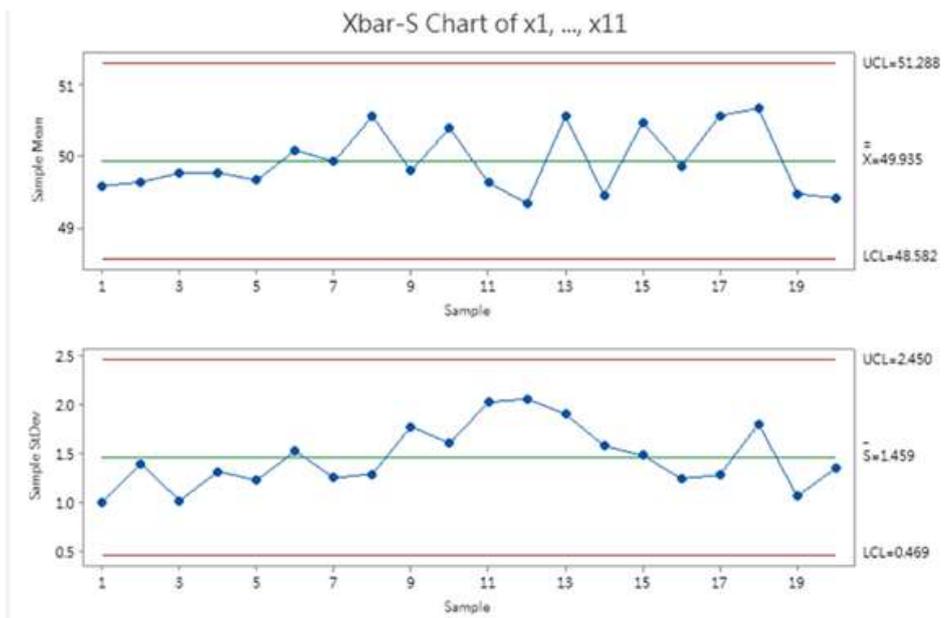


圖 4.6、Xbar-S ( $n=11$ ) 之階段一管制圖

關於 Xbar-S ( $n=11$ ) 於階段一之管制圖，其管制界限如表 4.3 所示。

表 4.3、Xbar-S ( $n=11$ ) 階段一之管制圖管制界限

$UCL_{\bar{x}} = 51.288$	$UCL_S = 2.450$
$CL_{\bar{x}} = 49.935$	$CL_S = 1.459$
$LCL_{\bar{x}} = 48.582$	$LCL_S = 0.469$

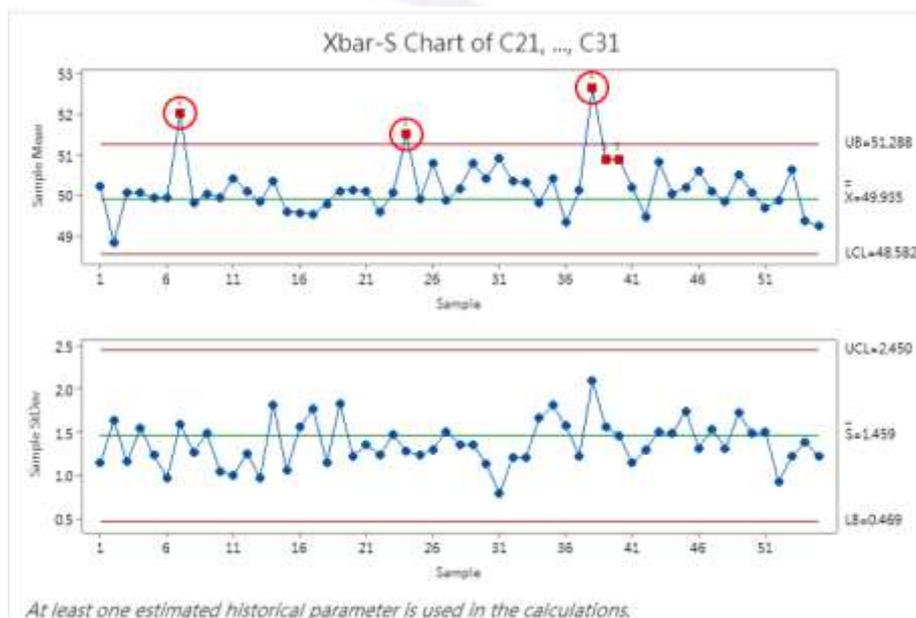


圖 4.7、Xbar-S ( $n=11$ ) 之階段二管制圖

關於 Xbar-S ( $n=11$ ) 之異常時間點、誤收及假警報次數與總成本計算，我們將其彙整成下列表格，如表 4.4 所示。

表 4.4、Xbar-S ( $n=11$ ) 之製程異常時間與檢測成本分析

異常時間點：9：00、11：50、14：10	<b>Total Cost:</b> Phase II Inspection Cost: \$ 6050 Type 1 Error Cost: \$ 0 count: 0 Type 2 Error Cost: \$ 0 count: 0 Phase I Inspection Cost: \$ 2200  <b>Total Cost: \$ 8250</b> <b>unstable time: 09:00, 11:50, 14:10</b>
假警報發生次數：0 次；成本：0 元	
誤收發生次數：0 次；成本：0 元	
總成本： =階段一檢測成本+階段二檢測成本 =2,200+6,050 =8,250 元	

### 4.2.3 I-MR 管制圖

- I-MR ( $n=1$ ) / I



圖 4.8、I-MR ( $n=1$ ) / I 之階段一抽樣數據

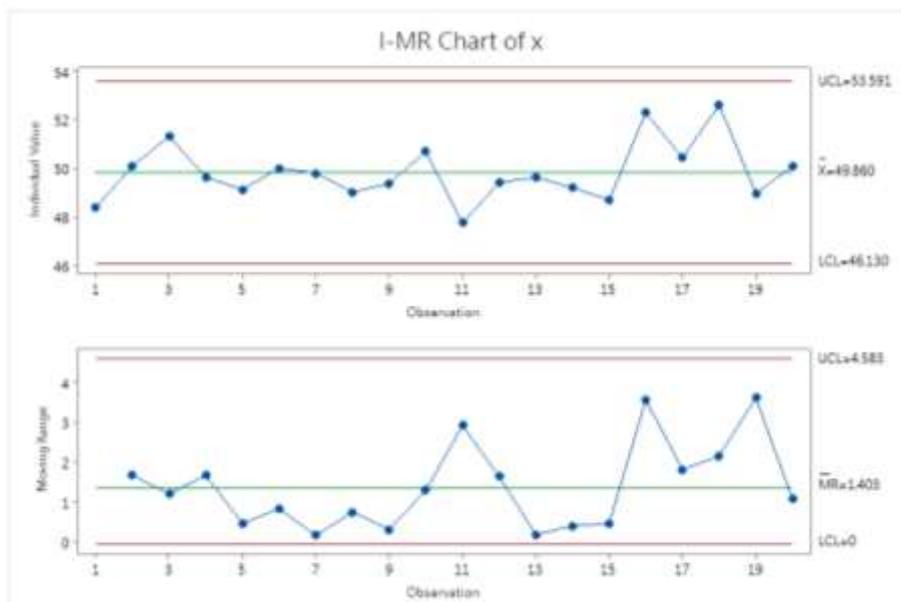


圖 4.9、I-MR ( $n=1$ ) / I 之階段一管制圖

關於 I-MR ( $n=1$ ) / I 於階段一之管制圖，其管制界限如表 4.5 所示。

表 4.5、I-MR ( $n=1$ ) / I 階段一之管制圖管制界限

$UCL_{\bar{x}} = 53.591$	$UCL_{MR} = 4.583$
$CL_{\bar{x}} = 49.86$	$CL_{MR} = 1.403$
$LCL_{\bar{x}} = 46.13$	$LCL_{MR} = 0$

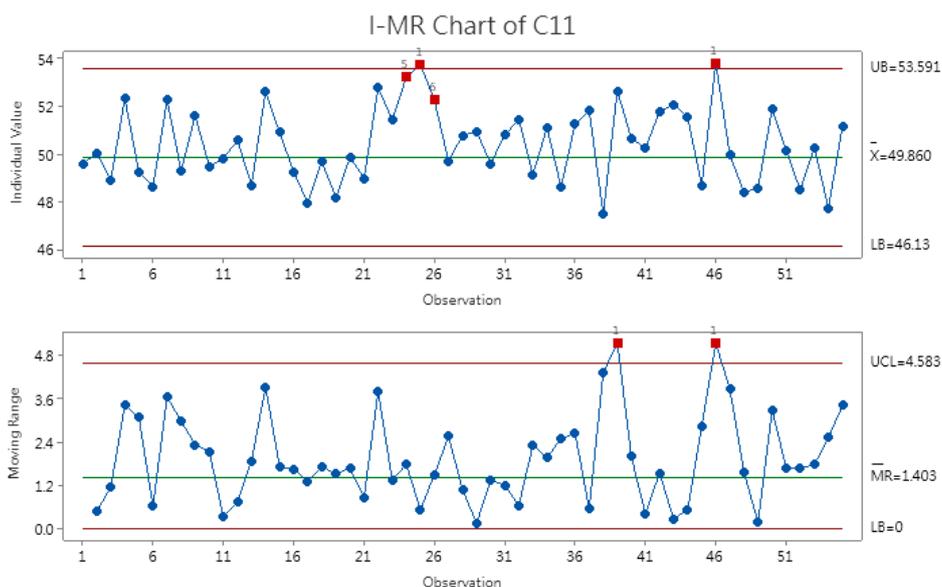


圖 4.10、I-MR ( $n=1$ ) / I 之階段二管制圖

關於 I-MR ( $n=1$ ) /I 之異常時間點、誤收及假警報次數與總成本計算，我們將其彙整成下列表格，如表 4.6 所示。

表 4.6、I-MR ( $n=1$ ) /I 之製程異常時間與檢測成本分析

異常時間點：10：10、12：00、15：10 假警報：11：30、11：50、14：20 誤收：15：10、15：20 發現製程問題時間點：10：10、12：00、15：30	<b>Total Cost:</b> Phase II Inspection Cost: \$ 550 Type 1 Error Cost: \$ 3000 count: 3 Type 2 Error Cost: \$ 20000 count: 2 Phase I Inspection Cost: \$ 200  <b>Total Cost: \$ 23750</b> <b>unstable time: 10:10, 12:00, 15:10</b>
假警報發生次數：3 次；成本：3,000 元 誤收發生次數：2 次；成本：20,000 元	
總成本： 階段一檢測成本+型I誤差成本+型II誤差成本+階段二檢測成本 =200+3,000+20,000+550 =23,750 元	

● I-MR ( $n=1$ ) /II (額外補充)



圖 4.11、I-MR ( $n=1$ ) /II 之階段一抽樣數據

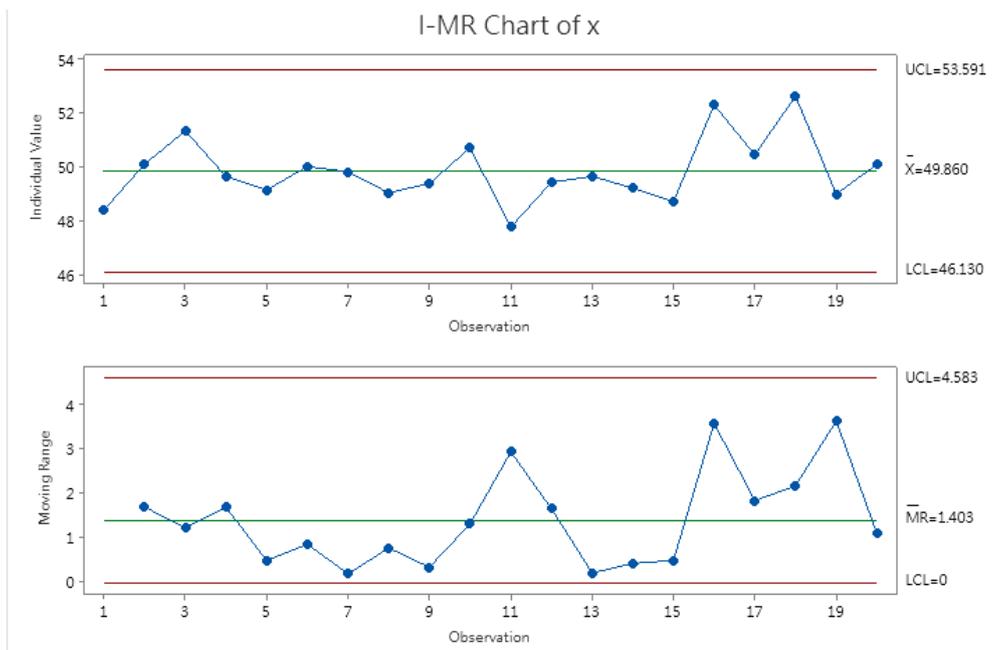


圖 4.12、I-MR ( $n=1$ )/II 之階段一管制圖

關於 I-MR ( $n=1$ )/II 於階段一之管制圖，其管制界限如表 4.7 所示。

表 4.7、I-MR ( $n=1$ )/II 階段一之管制圖管制界限

$UCL_{\bar{x}} = 53.591$	$UCL_{MR} = 4.583$
$CL_{\bar{x}} = 49.86$	$CL_{MR} = 1.403$
$LCL_{\bar{x}} = 46.13$	$LCL_{MR} = 0$

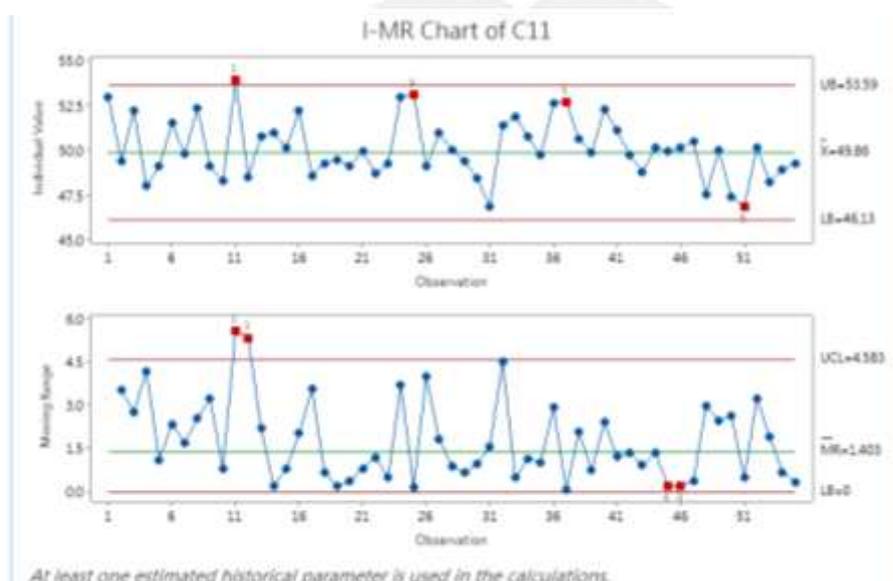


圖 4.13、I-MR ( $n=1$ )/II 之階段二管制圖

關於 I-MR ( $n=1$ ) /II 之異常時間點、誤收及假警報次數與總成本計算，我們將其彙整成下列表格，如表 4.8 所示。

表 4.8、I-MR ( $n=1$ ) /II 之製程異常時間與檢測成本分析

異常時間點：10：10、12：00、15：10	<b>Total Cost:</b> Phase II Inspection Cost: \$ 550 Type 1 Error Cost: \$ 0 count: 0 Type 2 Error Cost: \$ 0 count: 0 Phase I Inspection Cost: \$ 200  <b>Total Cost: \$ 750</b> <b>unstable time: 10:10, 12:00, 15:10</b>
假警報發生次數：0 次；成本：0 元	
誤收發生次數：0 次；成本：0 元	
總成本： =階段一檢測成本+階段二檢測成本 =200+550 =750 元	

**補充說明：**

進行檢測時因為 I-MR 樣本數太少，所以當每次做完階段二發現成本不理想時，我們會保留階段一之數據，重新操作階段二。由於動作重複很多次，我們發現原來階段數據固定時，階段二製程不穩定之時間也會相同。

因此完成前一張 I-MR 管制圖後，我們紀錄階段二製程不穩定之時間，想觀察在沒有任何誤判時製程會是什麼樣子，於是額外做出第二張無任何誤判之 I-MR 管制圖，但 4.2.4 比較分析及應用價值比較數據仍採用 I-MR ( $n=1$ ) /I。經多次測試，我們得出 I-MR 管制圖變異較大，且製程異常時不一定會發生明顯偏移，導致監控過程中容易產生誤判，增加許多額外成本。

4.2.4 比較分析及應用價值

表 4.9、Xbar-R (n=2) 、Xbar-S (n=11) 、I-MR (n=1) /I 之比較結果

管制圖		假警報次數	誤收次數	總成本 (元)
Xbar-R (n=2)	<p>At least one estimated historical parameter is used in the calculations.</p>	0	0	1,500
Xbar-S (n=11)	<p>At least one estimated historical parameter is used in the calculations.</p>	0	0	8,250
I-MR (n=1) /I	<p>At least one estimated historical parameter is used in the calculations.</p>	3	2	23,750

### 分析說明：

我們以製程突然上升或下降狀況做為判定製程不穩定標準。

#### (1) 誤判次數

X-bar-R 及 X-bar-S 管制圖誤判次數均為 0，之中又 X-bar-S 管制圖抽取樣本數最多，能最清楚地找出製程問題，表明在降低誤判風險方面效果較佳。由於抽取樣本數較少，製程發生不穩定時間較極端且難偵測，I-MR 管制圖誤判次數明顯高於前兩者，表明在誤判風險上較差。

#### (2) 成本角度

#### X-bar-R 管制圖 ( $n=2$ )

- **成本效益：**X-bar-R 管制圖總成本最低，且無誤判風險（假警報和誤收均為 0），能夠在有效管制製程同時大幅降低額外成本。
- **應用價值：**適用於一般穩定製程品質管制，對於預算有限且要求嚴謹製程管制之應用環境。

#### X-bar-S 管制圖 ( $n=11$ )

- **成本效益：**X-bar-S 管制圖總成本居中，且無誤判風險（假警報和誤收均為 0），具較高穩定性。
- **應用價值：**適用於成本不是首要考量，且製程變異較大或要求更嚴謹製程管制之應用環境。

#### I-MR 管制圖 ( $n=1$ )

- **成本效益：**I-MR 管制圖總成本最高，且有較多誤判次數，較缺乏判斷風險功能，成本效益最低。

- **應用價值：**適合於製程變化迅速且需即時反應之應用環境。雖然誤判風險較高，但在單次製程或短週期即時監控下，仍可能具相對應之應用價值。

綜合以上，我們認為 X-bar-S 管制圖在降低誤判風險及製程管制效果方面表現最佳。雖然抽取樣本數最多，需要花費較高檢驗成本。但樣本數越多造成誤判風險將越低，對於判定製程穩定度準確率也會提高。避免為了省去檢驗成本而增加監控製程時不確定性，如果成本允許且需應對較大製程波動，X-bar-S 管制圖能發揮其應用價值。

### 4.3 樣本數不同之管制圖建構及比較分析

#### 4.3.1 設定樣本數

根據 4.2 三種管制圖建構及比較分析，X-bar-S 管制圖成本雖然不是最低，但因樣本數相對其他兩種管制圖來的多，較容易抓出製程有問題時間點，避免有誤判多餘成本，監控效果為最佳。因此選擇以 X bar-S 管制圖深入做另外兩個樣本數分析。前提因為第一題所做之 X bar-S 管制圖 ( $n=11$ ) 在階段二時雖無任何誤判，但仍有非真正製程不穩定之紅點出現。比較是否樣本數越多越能更精準抓出製程有問題時間點。我們將樣本數增加到 13 及 15，以提升監控敏感度。原因為：

- 隨著樣本數增加，管制圖敏感度將隨之提高。在合理成本內，提升 X-bar-S 管制圖敏感度，減少誤判風險。
- 避免過高樣本數消耗時間及檢驗成本，同時提升管制效果。
- 樣本數 13 及 15 相對於 11 能更精確地反映製程波動。
- 以 11 為基準，遞增 2 之樣本數範圍來方便公平比較是否樣本數越多越能更準確抓出誤收及假警報。

### 4.3.2 建構管制圖及記錄結果

- Xbar-S ( $n=13$ )

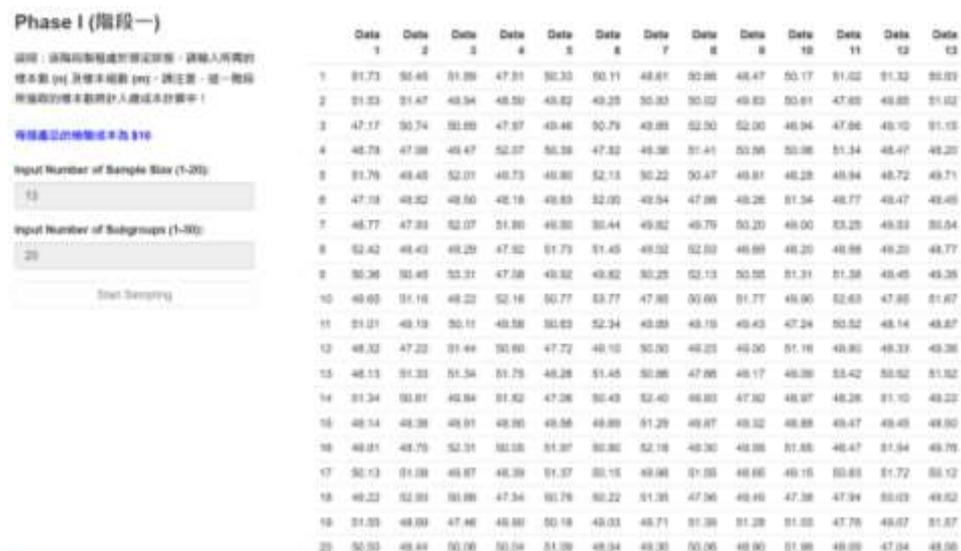


圖 4.14、Xbar-S ( $n=13$ ) 之階段一抽樣數據

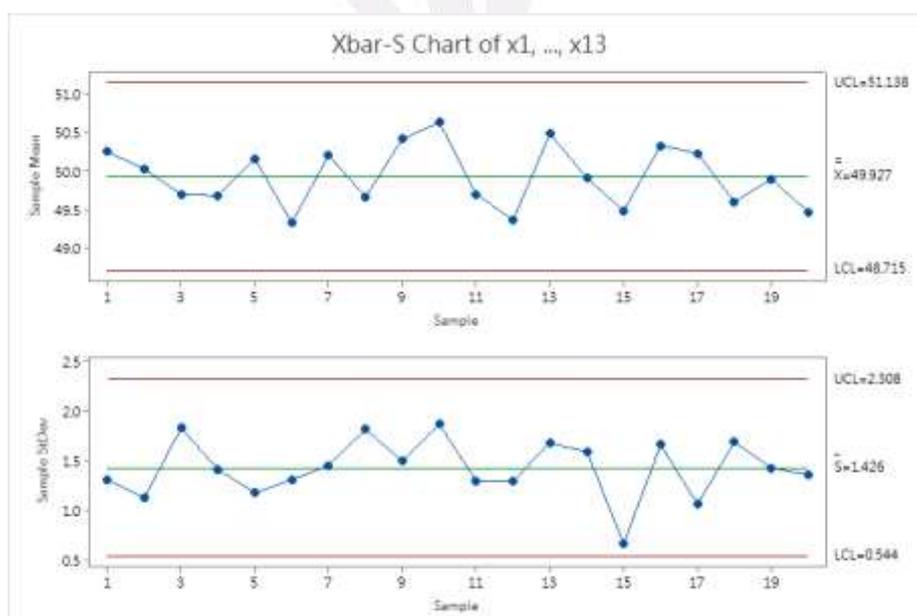


圖 4.15、Xbar-S ( $n=13$ ) 之階段一管制圖

關於 Xbar-S ( $n=13$ ) 於階段一之管制圖，其管制界限如表 4.10 所示。

表 4.10、Xbar-S ( $n=13$ ) 階段一之管制圖管制界限

$UCL_{\bar{x}} = 51.138$	$UCL_S = 2.308$
$CL_{\bar{x}} = 49.927$	$CL_S = 1.426$
$LCL_{\bar{x}} = 48.715$	$LCL_S = 0.544$

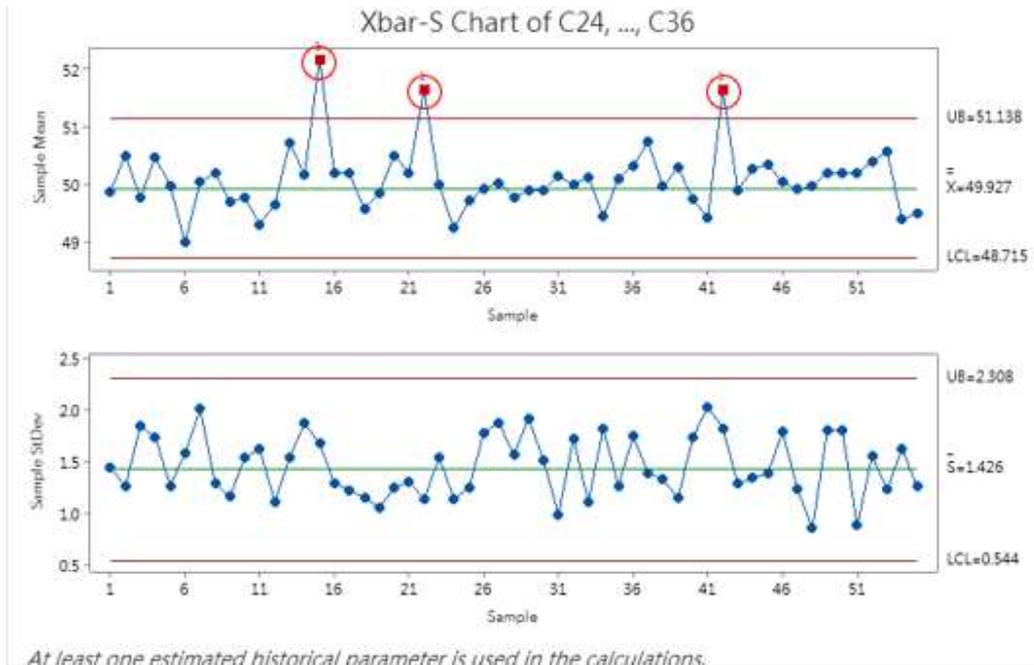


圖 4.16、Xbar-S ( $n=13$ ) 之階段二管制圖

關於 Xbar-S ( $n=13$ ) 之異常時間點、誤收及假警報次數與總成本計算，我們將其彙整成下列表格，如表 4.11 所示。

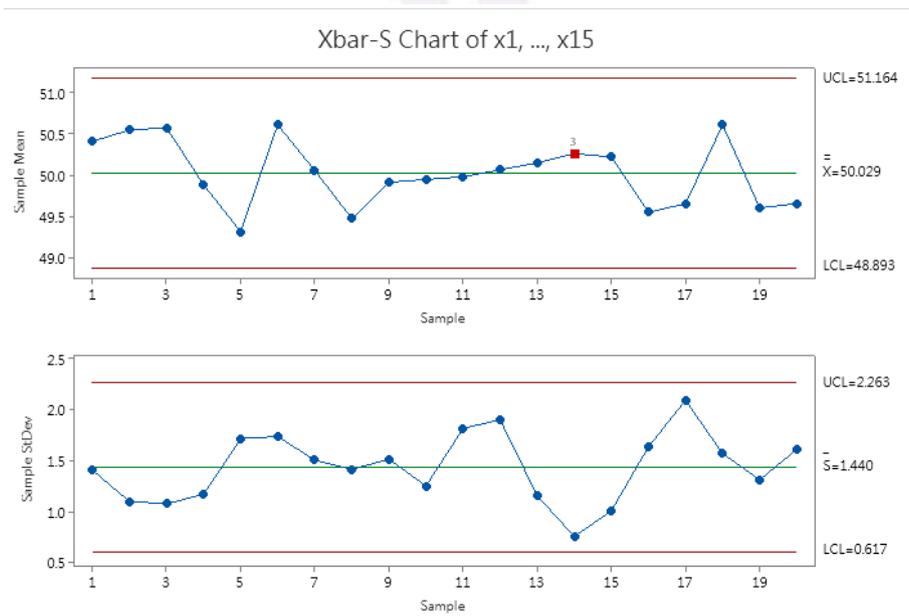
表 4.11、Xbar-S ( $n=13$ ) 之製程異常時間與檢測成本分析

異常時間點：10：20、11：30、14：50	<b>Total Cost:</b> Phase II Inspection Cost: \$ 7150 Type 1 Error Cost: \$ 0 count: 0 Type 2 Error Cost: \$ 0 count: 0 Phase I Inspection Cost: \$ 2600  <b>Total Cost: \$ 9750</b> <b>unstable time: 10:20, 11:30, 14:50</b>
假警報發生次數：0 次；成本：0 元	
誤收發生次數：0 次；成本：0 元	
總成本： =階段一檢測成本+階段二檢測成本 =2,600+7,150 =9,750 元	

● Xbar-S ( $n=15$ )



圖 4.17、Xbar-S ( $n=15$ ) 之階段一抽樣數據



Test Results for Xbar Chart of  $x_1, \dots, x_{15}$

圖 4.18、Xbar-S ( $n=15$ ) 之階段一管制圖

關於 Xbar-S ( $n=15$ ) 於階段一之管制圖，其管制界限如表 4.12 所示。

表 4.12、Xbar-S ( $n=15$ ) 階段一之管制圖管制界限

$UCL_{\bar{x}} = 51.164$	$UCL_S = 2.263$
$CL_{\bar{x}} = 50.029$	$CL_S = 1.440$
$LCL_{\bar{x}} = 48.893$	$LCL_S = 0.617$

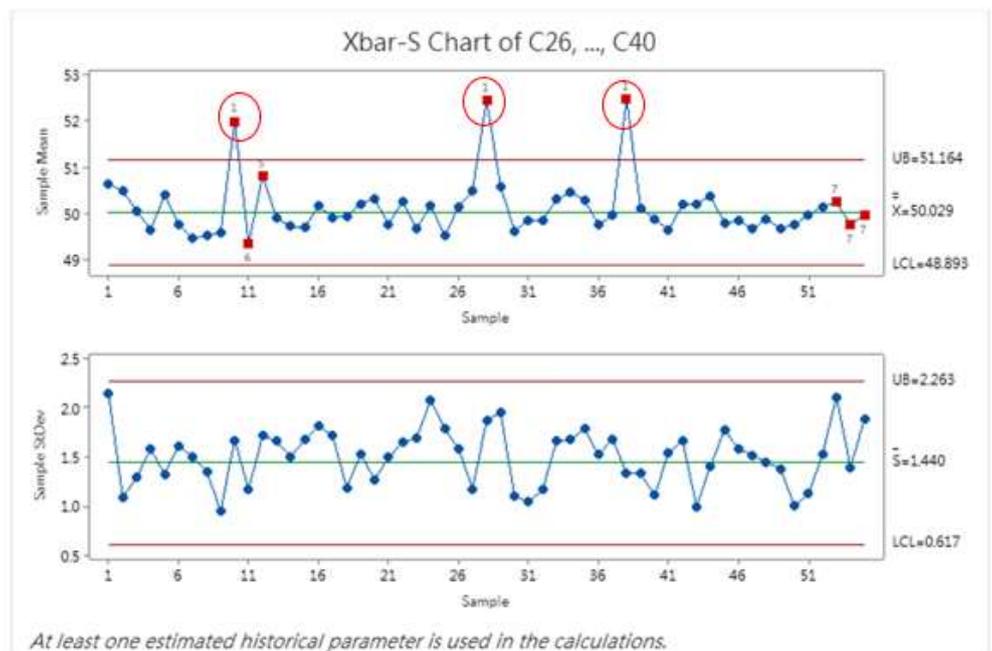


圖 4.19、Xbar-S ( $n=15$ ) 之階段二管制圖

關於 Xbar-S ( $n=15$ ) 之異常時間點、誤收及假警報次數與總成本計算，我們將其彙整成下列表格，如表 4.13 所示。

表 4.13、Xbar-S ( $n=15$ ) 之製程異常時間與檢測成本分析

異常時間點：9：30、12：30、14：10	<b>Total Cost:</b> Phase II Inspection Cost: \$ 8250 <b>Type 1 Error Cost: \$ 0 count: 0</b> <b>Type 2 Error Cost: \$ 0 count: 0</b> Phase I Inspection Cost: \$ 3000  <b>Total Cost: \$ 11250</b> <b>unstable time: 09:30, 12:30, 14:10</b>
假警報發生次數：0 次；成本：0 元 誤收發生次數：0 次；成本：0 元	
總成本： =階段一檢測成本+階段二檢測成本 =3,000+8,250 =11,250 元	

三種結果比較：

表 4.14、Xbar-S (n=11) 、Xbar-S (n=13) 、Xbar-S (n=15) 之比較結果

管制圖		假警報次數	誤收次數	總成本 (元)
原 Xbar-S (n=11)	<p>Xbar-S Chart of C21, ..., C31</p> <p>UB=51.288 X=49.995 LCL=48.592</p> <p>UCL=2.450 S=1.459 LB=0.469</p> <p>At least one estimated historical parameter is used in the calculations.</p>	0	0	8250
新 Xbar-S (n=13)	<p>Xbar-S Chart of C24, ..., C36</p> <p>UB=51.138 X=49.927 LCL=48.715</p> <p>UB=2.308 S=1.426 LCL=0.544</p> <p>At least one estimated historical parameter is used in the calculations.</p>	0	0	9750
新 Xbar-S (n=15)	<p>Xbar-S Chart of C26, ..., C40</p> <p>UB=51.164 X=50.029 LCL=48.893</p> <p>UB=2.263 S=1.440 LCL=0.617</p> <p>At least one estimated historical parameter is used in the calculations.</p>	0	0	11250

### 4.3.3 分析差異

在都沒有誤判情況下，

X-bar-S ( $n=11$ )

- 成本最低
- 檢測異常點敏感度適中，能檢測到製程中變異且不會增加太多額外成本

X-bar-S ( $n=13$ )

- 成本比  $n=11$  略高
- 相對於  $n=11$ ， $n=13$  敏感度有所提升，可以明確看出製程不穩定時間點為 (9:00、11:50、14:10)，異常點偵測也較穩定

X-bar-S ( $n=15$ )

- 成本最高
- 異常檢測敏感度最高，有較多非真正製程不穩定紅點出現，增加誤判機率，且成本顯著增加，對於有成本考量之製程可能不適合

綜合以上，我們認為，

**表現最佳：** X-bar-S ( $n=13$ )。在異常檢測敏感度和成本之間取得了平衡，能以較合理成本獲得穩定異常檢測效果。

**相對較差：** X-bar-S ( $n=15$ )。有較多非真正製程不穩定紅點，且成本相對較高，增加之檢測敏感度可能不值得付出額外成本。

## 第五章 結論

管制圖為品質管理中不可或缺工具，能即時監控製程穩定性，幫助管理者迅速發現異常並採取行動。本研究以 Xbar-R、Xbar-S 和 I-MR 三種常用管制圖為核心，探討其在不同製程條件下之適用性與效益表現，並分析誤判率、敏感度及成本效益三大指標。我們發現這些管制圖各具特色，實驗結果顯示，各管制圖在特定情境下各有優劣，應根據實際需求進行選擇。從上述實作分析，彙整下列三種管制圖之核心表現表格，如表 5-1 所示。

表 5.1、管制圖性能比較

管制圖	假警報次數	誤收次數	總成本（元）	適用場合
Xbar-R	0	0	1500	成本敏感、變異小之穩定製程
Xbar-S	0	0	8250	高穩定性需求之高變異製程
I-MR	3	2	23750	快速變化之短週期製程

除此之外，本研究進一步探討 Xbar-S 管制圖樣本數變化對敏感度與成本影響。當樣本數從 11 增加至 15 時，敏感度雖有所提升，但成本亦顯著上升。綜合結果顯示，樣本數為 13 時達到最佳效能與成本之平衡，如表 5-2 所示。

表 5-2、樣本數對 Xbar-S 管制圖的影響

樣本數	總成本（元）	敏感度表現
11	8250	適中
13	9750	高
15	11250	極高但成本效益下降

根據以上分析，雖然增加樣本數能提高敏感度，但過高的樣本數會導致成本大幅增加而影響效益，因此應根據實際需求權衡選擇。最後，綜合分析三種管制

圖性能特點後，本研究提出針對不同製程條件之應用建議，以協助實務工作者在品質管理選擇適合工具。

### 應用建議

#### 1. 穩定製程：

在變異小、成本敏感情境中， $\bar{X}$ -R 管制圖為最佳選擇，能以最低成本維持製程穩定性。

#### 2. 高要求製程：

當製程波動較大或對品質精度要求高時， $\bar{X}$ -S 管制圖能提供更準確監控結果，雖然成本較高，但在長期效益上具有更大價值。

#### 3. 快速變化製程：

對於短期需要即時反應之特殊場景，I-MR 管制圖能提供迅速問題檢測，但需謹慎管理其誤判風險。



## 附錄：參考文獻

1. Overstreet, J. and Mahadevan, S., 2012, “Monitoring product reliability and supply chain logistics in warranty data, ” In *2012 Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium*, Doi : 10.1109/RAMS.2012.6175425.
2. Albloushi, T., Suwaidi, A., Zarouni, N., Abdelrahman, A. and Shamsuzzaman, M.,2015, “Design of  $\bar{X}$ &R control charts for monitoring quality of care for hypertension, ” In *2015 International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*,Doi : 10.1109/IEOM.2015.7093914.
3. Alali, J. A., Alalili, M. S. K., Bashir, H., Dweiri, F. and Al-Kubaisi, A. Y., 2015, “Using statistical process control charts for monitoring birth weight at a national level,” In *2015 International Conference on Industrial Engineering and Operations Management* , Doi : 10.1109/IEOM.2015.7093838.

