

逢甲大學學生報告 ePaper

管制圖比較分析：不同應用場景下性能與適用性評估

Comparative Analysis of Control Charts: Performance and
Applicability Assessment in Different Scenarios

作者：謝嘉欣、謝宜樺

系級：工業三乙

學號：D1123764、D1148900

開課老師：王姿惠老師

課程名稱：品質計劃與管制

開課系所：工業工程與系統管理學系

開課學年：113 學年度 第 1 學期



中文摘要

管制圖在製程監控中扮演關鍵角色，不同類型與樣本數設定將直接影響其對製程異常之敏感度及成本效益。選擇適合的管制圖以平衡誤判風險與監控成本，是製程品質管理中極需解決之問題；有鑑於此，本研究針對 \bar{X} - R 管制圖、 \bar{X} - S 管制圖與 I - MR 管制圖進行比較分析，並探討樣本數變化對其性能之影響，以提供製程管制最佳實務指引。首先，本研究透過課程老師所設計之製程穩定性模擬平台，得到實驗數據；其次，利用 Minitab 軟體分別構建 \bar{X} - R 、 \bar{X} - S 及 I - MR 管制圖，完成 Phase I 階段之製程穩定性分析並確定其上下管制界限。其次，於 Phase II 階段基於相同管制界限，對異常製程進行監控，記錄各個管制圖異常判定結果及誤判情況。接著，透過誤判次數與相關成本對三種管制圖進行性能評估，分析其在敏感度、穩定性及成本效益方面之差異。最後，選擇表現最佳之管制圖，結合不同樣本數設定進行深度分析，探討樣本數對監控精度與成本之影響。實驗結果顯示，三種管制圖在誤判風險與成本效益上展現顯著差異，樣本數的選擇進一步影響其性能表現。發現 \bar{X} - R 管制圖在監控效能與成本管制間表現出良好平衡，而 I - MR 管制圖因樣本數限制導致誤判風險增加， \bar{X} - S 管制圖則在高敏感度下呈現較高成本。研究證實 \bar{X} - R 管制圖在樣本數適中時能有效平衡監控精度與成本效益，具備優越的實用性與應用價值。此結果為品質管理領域提供實踐參考，特別在製程穩定性與成本管制需求間，可作為制定監控策略之重要依據。

關鍵字：品質管制、管制圖、Minitab、製程穩定性、統計製程管制

Abstract

Control charts play a key role in process monitoring. Different types and sample number settings will directly affect its sensitivity to process abnormalities and cost-effectiveness. Selecting an appropriate control chart to balance the risk of misjudgment and monitoring costs is an issue that needs to be solved in process quality management; in view of this, this study focuses on \bar{X} - R control charts, \bar{X} - S control charts and I - MR controls. Comparative analysis is performed on the graph and the impact of changes in sample number on its performance is discussed to provide best practice guidelines for process control. First, use Minitab software to construct \bar{X} - R , \bar{X} - S and I - MR control charts respectively to complete the process stability analysis of Phase I and determine its upper and lower control limits. Secondly, in the Phase II stage, the abnormal process is monitored based on the same control limits, and the abnormal determination results and misjudgments of each control chart are recorded. Then, the performance of the three control charts is evaluated through the number of misjudgments and related costs, and their differences in sensitivity, stability and cost-effectiveness are analyzed. Finally, the control chart with the best performance was selected, and an in-depth analysis was conducted based on different sample number settings to explore the impact of sample number on monitoring accuracy and cost. Experimental results show that the three control charts show significant differences in misjudgment risks and cost-effectiveness, and the choice of sample number further affects their performance. It was found that the \bar{X} - R control chart showed a good balance between monitoring performance and cost control, while the I - MR control chart increased the risk of misjudgment due to the limited sample number, and the \bar{X} - S control chart showed a higher risk under high sensitivity. cost. Research has confirmed that the \bar{X} - R control chart can effectively balance monitoring accuracy and cost-effectiveness when the number of samples is moderate, and has excellent practicability and application value. This result provides practical reference for the field of quality management, especially between process stability and cost control requirements, and can be used as an important basis for formulating monitoring strategies.

Keyword : Quality Control 、 Control Chart 、 Minitab 、 Process Stability 、 Statistical Process Control (SPC)

目錄

中文摘要.....	1
Abstract	2
目錄.....	3
圖目錄.....	5
表目錄.....	6
第一章 緒論.....	7
1.1 研究背景與動機.....	7
1.2 研究目的.....	7
第二章 文獻探討.....	8
2.1 管制圖.....	8
2.2 Phase I and Phase II 之管制圖介紹	8
2.3 製程穩定度分析.....	8
2.4 管制圖公式.....	9
第三章 研究方法.....	11
3.1 製程穩定性模擬 (Process Stability Simulation).....	11
3.1.1 網頁介紹.....	11
3.2 Minitab.....	13
3.2.1 利用 Minitab 進行製程參數計算與圖表生成.....	13
3.3 研究架構.....	22
第四章 研究實作與結果分析.....	24
4.1 研究結果分析.....	24
4.1.1 $X-R$ 、 $X-S$ 和 $I-MR$ 管制圖的誤判與成本對比.....	24
4.1.2 樣本數不同之監控結果比較.....	32
4.2 結論.....	38

第五章 總結.....	39
第六章 參考文獻與資料.....	40



圖目錄

圖 3.1、樣本數為 4 之抽取 20 組數據.....	12
圖 3.2、Phase II 之第一次抽樣介面圖.....	13
圖 3.3、距中心線超過 3σ 的一點.....	14
圖 3.4、中心線同側連續九個點.....	14
圖 3.5、連續六個點，全部增加或全部減少.....	14
圖 3.6、連續十四個點，上下交替.....	14
圖 3.7、距中心線（同邊）超過 2σ 的三個點中的兩個.....	15
圖 3.8、五個點中的四個點距中心線（同側）超過 1σ	15
圖 3.9、中心線（任一側） 1σ 範圍內連續 15 個點.....	15
圖 3.10、連續八個點距中心線（任一側）超過 1σ	15
圖 3.11、步驟一 將數據輸入 Minitab.....	16
圖 3.12、步驟二 $X-R$ 管制圖生成.....	16
圖 3.13、步驟三 數據分屬不同欄位.....	17
圖 3.14、步驟四 判定平均值及標準差是否已知.....	17
圖 3.15、步驟五 儲存相關變數值.....	18
圖 3.16、Phase I 管制圖結果.....	18
圖 3.17、Phase II 數據分屬不同欄位.....	19
圖 3.18、將 Phase I 管制圖得到之平均值及標準差值填入.....	19
圖 3.19、將 Phase I 管制圖得到之上下管制界限值填入.....	20
圖 3.20、Phase II 管制圖結果.....	20
圖 3.21、新增下一筆數據.....	21
圖 3.22、圖型更新結果.....	21
圖 3.23、研究架構圖.....	23
圖 4.1、樣本數為 5 之 $X-R$ 管制圖 Phase I.....	24

圖 4.2、樣本數為 5 之 $X-R$ 管制圖 Phase II	25
圖 4.3、樣本數為 5 之 $X-R$ 管制圖結果分析	26
圖 4.4、樣本數為 11 之 $X-S$ 管制圖 Phase I	27
圖 4.5、樣本數為 11 之 $X-S$ 管制圖 Phase II	28
圖 4.6、樣本數為 11 之 $X-S$ 管制圖結果分析	28
圖 4.7、樣本數為 1 之 $I-MR$ 管制圖 Phase I	29
圖 4.8、樣本數為 1 之 $I-MR$ 管制圖 Phase II	30
圖 4.9、樣本數為 1 之 $I-MR$ 管制圖結果分析	31
圖 4.10、樣本數為 3 之 $X-R$ 管制圖 Phase I	33
圖 4.11、樣本數為 3 之 $X-R$ 管制圖 Phase II	34
圖 4.12、樣本數為 3 之 $X-R$ 管制圖結果分析	34
圖 4.13、樣本數為 8 之 $X-R$ 管制圖 Phase I	35
圖 4.14、樣本數為 8 之 $X-R$ 管制圖 Phase II	36
圖 4.15、樣本數為 8 之 $X-R$ 管制圖結果分析	36

表目錄

表 4.1、三種管制圖之成本比較	32
表 4.2、三種管制圖之結果討論	37

第一章 緒論

本章將針對研究背景與動機、研究目的以及研究架構三個部分進行說明。首先透過研究背景與動機的描述，說明本研究之緣由與重要性；接著，明確指出研究目的，界定研究的方向與具體目標；最後，介紹研究架構，呈現本研究規劃的整體流程。詳細內容如下所示：

1.1 研究背景與動機

隨著現代工業製程技術的日益進步，市場對產品品質之要求不斷提高，製程穩定性在品質管理中相形重要。管制圖作為品質管制中之核心工具，能夠監控製程數據的變異，並即時識別異常點，有效保障製程穩定性與產品一致性。然而，不同類型之管制圖（如 $\bar{X}-R$ 管制圖、 $\bar{X}-S$ 管制圖及 $I-MR$ 管制圖）在應用場景、敏感度及成本效益上各具特點，選擇適合之管制圖及抽樣策略對於提升監控效果、降低成本具有重要意義。在實際應用中，管制圖之構建需要考慮樣本數的設定，樣本數對假警報（型一誤差）與誤收（型二誤差）風險之影響尤為顯著。例如，樣本數過小可能導致監控敏感度下降，難以即時識別異常；而過大樣本數則可能增加抽樣成本，降低成本效益。此外，假警報與誤判情況還會對製程監控之成本產生直接影響，使得合理的樣本數設定成為品質管理中的一項挑戰。現有研究對 $\bar{X}-R$ 、 $\bar{X}-S$ 及 $I-MR$ 三種管制圖在不同樣本數配置下之性能表現缺乏系統性比較，特別是在誤判風險、製程穩定性及成本效益之綜合分析方面。有鑑於此，本研究針對上述三種管制圖，藉由實驗數據分析與成本計算，探討其在不同樣本數設定下的性能差異，為製程監控提供具體的實務指導。

1.2 研究目的

本研究目的是運用 Minitab 軟體，透過建構 $\bar{X}-R$ 、 $\bar{X}-S$ 和 $I-MR$ 三種管制圖，系統化探討不同樣本數配置對製程監控性能的影響，並結合誤判風險與成本效益進行量化分析。具體而言，本研究希望達到以下目的：

1. 比較 $\bar{X}-R$ 、 $\bar{X}-S$ 和 $I-MR$ 三種管制圖在誤判風險（型一誤差與型二誤差）上的表現，並分析不同樣本數設定對管制圖監控效果及抽樣成本之影響，找出在成本與效果之間達到最佳平衡之方案。
2. 針對不同樣本數設定對管制圖性能之影響，並分析其在監控敏感度與穩定性上之表現，進一步評估不同設定的適用性。
3. 根據不同樣本數和管制圖的性能表現，提供在實際品質管理應用中的最佳選擇建議。

第二章 文獻探討

本章節將進行文獻探討與相關公式之分析，回顧管制圖理論基礎，說明其在製程監控中應用價值與發展背景，並探討短期製程監控領域之改進方法及相關研究成果。透過整理文獻與數學基礎，提供本研究必要之理論支撐與分析框架，以奠定後續研究基礎。詳細內容如下所示：

2.1 管制圖

管制圖理論首先由修華特 (Walter Shewhart) 博士提出，其認為在生產過程中，製程穩定為產品品質受自然變異影響，並維持在可預測範圍內，製程中無樣本點超出管制界限；則製程不穩定為可歸屬原因導致製程出現異常變異，使樣本點超出管制界限或呈非隨機分佈，導致製程無法持續維持穩定且品質不可預測，而樣本數大小會影響管制圖之假警報 (False Alarm) 及誤收 (Miss) 率。有鑑於此 Hillier (1969) 提出基於小樣本數來建構 \bar{X} - R 管制圖界限，其適用於樣本數為 5 之情況。

2.2 Phase I and Phase II 之管制圖介紹

傳統管制圖方法在短期製程中應用受到限制，特別是在缺乏歷史數據之情況下，難以準確設置管制界限以平衡偵測異常與降低誤收率。有鑑於此，該研究提出一種針對短期製程之雙階段短期管制圖方法 (\bar{X} - S)，以克服傳統方法中管制界限計算之不足。首先，參考 Hillier (1969) 之理論，將初始數據分為兩階段進行分析，在第一階段，利用初始組數據計算第一階段之管制界限，並檢驗初始組是否符合穩定製程條件；其次，刪除異常子組後，進入第二階段，利用剩餘子組數據計算精確之管制界限，用於未來數據的持續監控，此外，該研究提出一套公式，用於計算第一及第二階段之短期管制圖係數，並結合 Patnaik 之標準差分佈近似理論來改進係數計算的準確性。該研究所提之雙階段短期管制圖方法顯著減少自由度的損失，相較於傳統方法，其計算管制界限更穩定且更易於實際操作。模擬結果顯示，該方法在偵測製程異常及降低誤收率方面較具優勢，特別是在小樣本之應用場景中，其穩定性及準確性均高於傳統 \bar{X} - R 管制圖。

2.3 製程穩定度分析

傳統製程監控在短期製程中難以有效識別特殊原因變異，尤其當數據不符合常態分配時。有鑑於此，該研究利用 Minitab 軟體生成 \bar{X} - R 管制圖，分析螺栓直徑數據以提升製程穩定性。該研究以三週數據為基礎，首先輸入數據於 Minitab Worksheet 中，繪製管制圖並進行 Anderson-Darling 常態性檢驗，接著，識別超出

管制界限之數據點，判定特殊原因，並實施改善措施如設備校準與材料檢查，最後，重新分析後續數據以驗證改進成效。

2.4 管制圖公式

根據 2.2 及 2.3 可得以下公式：

- $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ ，為樣本組數之平均值； X_i 為每個觀測值， n 為樣本大小
- $\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_j}{m}$ ，為樣本的平均之平均； \bar{X}_i 為每個樣本平均數， m 為樣本組數
- $R = X_{max} - X_{min}$ ，為組間全距範圍； X_{max} 和 X_{min} 為樣本最大值及最小值
- $\bar{R} = \frac{\sum_{j=1}^m R_j}{m}$ ，為多組樣本範圍的平均值； R_i 為每個樣本範圍
- $\bar{X}-R$ 之平均及標準差已知

\bar{X} 管制圖之管制界限

$$UCL = \mu + A\sigma$$

$$CL = \mu$$

$$LCL = \mu - A\sigma$$

R 管制圖之管制界限

$$UCL = D_2\bar{R}$$

$$CL = d_2\sigma$$

$$LCL = D_1\bar{R}$$

- $\bar{X}-R$ 之平均及標準差未知 ($\hat{\mu}_x = \bar{\bar{X}}$ 、 $\hat{\sigma}_x = \frac{\bar{R}}{d_2}$)

\bar{X} 管制圖之管制界限

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$$

$$CL = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$$

R 管制圖之管制界限

$$UCL = D_4\bar{R}$$

$$CL = \bar{R}$$

$$LCL = D_3\bar{R}$$

➤ $\bar{S} = \frac{\sum_{j=1}^m S_j}{m}$ ，為多組樣本標準差的平均值； S_i 為每個樣本標準差。

➤ \bar{X} - S 之平均及標準差已知

\bar{X} 管制圖之管制界限

$$UCL = \mu + A\sigma$$

$$CL = \mu$$

$$LCL = \mu - A\sigma$$

S 管制圖之管制界限

$$UCL = B_6\sigma$$

$$CL = C_4\sigma$$

$$LCL = B_5\sigma$$

➤ \bar{X} - S 之平均及標準差未知 ($\hat{\mu}_x = \bar{X}$ 、 $\hat{\sigma}_x = \frac{\bar{S}}{c_4}$)

\bar{X} 管制圖之管制界限

$$UCL = \bar{X} + A_3\bar{S}$$

$$CL = \bar{X}$$

$$LCL = \bar{X} - A_3\bar{S}$$

S 管制圖之管制界限

$$UCL = B_4\bar{S}$$

$$CL = \bar{S}$$

$$LCL = B_3\bar{S}$$

➤ $MR_i = |X_i - X_{i-1}|$ ，為兩數據間之移動範圍。

➤ $\overline{MR} = \frac{\sum_{j=1}^m MR_j}{m-1}$ ，為移動範圍平均。

➤ $I-\overline{MR}$ ($X-\overline{MR}$) 之平均及標準差未知 ($\hat{\mu}_x = \bar{X}$ 、 $\hat{\sigma}_x = \frac{\overline{MR}}{d_2}$ ， $d_2 = 1.128$)

X 管制圖之管制界限

$$UCL = \bar{X} + 3\frac{\overline{MR}}{d_2}$$

$$CL = \bar{X}$$

$$LCL = \bar{X} - 3\frac{\overline{MR}}{d_2}$$

MR 管制圖之管制界限

$$UCL = D_4\overline{MR}$$

$$CL = \overline{MR}$$

$$LCL = D_3\overline{MR}$$

➤ 以上 A 、 d_2 、 D_2 、 A_2 、 D_3 、 D_4 、 C_4 、 B_5 、 B_6 、 A_3 、 B_3 、 B_4 為管制圖係數，需查表 (Factors for Constructing Variables Control Charts)

第三章 研究方法

本章旨在詳細說明研究方法與設計，闡述本研究如何規劃與執行模擬活動，並介紹相關工具及資料分析過程。逐一說明研究架構、模擬設計邏輯及數據處理流程，以提供全面而清晰之研究框架。本章分為以下幾個部分進行說明：

3.1 製程穩定性模擬 (Process Stability Simulation)

Process Stability Simulation 是本研究之核心模擬活動，旨在模擬真實生產環境中製程監控過程，強調對製程穩定性之判斷與異常處理能力培養。本模擬活動以統計過程管制 (Statistical Process Control, SPC) 為理論基礎，採用管制圖 (Control Chart) 作為主要工具進行製程監控與評估。

- **階段一 (Phase I) 管制建立：**利用歷史數據建立基準管制界限，構建管制圖以評估製程穩定性，並確認是否具備統計穩定性。
- **階段二 (Phase II) 管制建立：**根據階段一所建立之管制界限，對新增樣本數據進行監控，進一步驗證製程是否持續保持在統計穩定狀態。

3.1.1 網頁介紹

本模擬活動頁面提供參與者一個模擬操作平台，以直觀方式模擬製程穩定性監控之實際應用場景。整體設計分為兩個主要功能，並透過模擬數據與圖表視覺化，幫助我們熟悉統計過程管制之實施流程。

➤ 階段一：計算管制界限 (Phase I : Calculate Control Limit)

此頁面設計用於建立基準之管制界限，評估製程穩定性。首先需自行設定樣本數 (Number of Sample Size, n) 與抽樣組數 (Number of Subgroups, m)，範圍分別為1~20 (個) 與1~30 (組)。點擊「Start Sampling」後，系統會根據輸入之參數生成模擬數據如圖 3.1，並根據此數據計算平均值與標準差，得出上下管制界限與中心線，並繪製出管制圖。



圖 3.1、樣本數為 4 之抽取 20 組數據

➤ **階段二：監控製程異常 (Phase II : Process Control)**

此頁面設計用於監控新增數據，判斷其製程是否穩定，並檢測可能出現的異常情況。根據階段一建立之基準管制界限，透過持續抽檢數據，評估製程是否出現不穩定狀態。操作時，需要逐步抽取樣本數據。

點擊「Start Sampling」後，系統會生成新數據，並將其繪製至管制圖中進行分析。當檢測到異常時，可以點擊「I Think the Process is Unstable !!!」標記為異常狀態並進行處理。設定每次數據檢測成本為\$10，系統也會自動記錄因誤判或漏判所產生之額外成本：

- **假警報 (False Alarm) 成本：** 每次穩定製程被錯誤判定為異常時，會產生\$1,000 之檢查成本。
- **誤收 (Escape) 成本：** 每次未檢測到異常時，將導致\$10,000 之不良品流出成本。



圖 3.2、Phase II 之第一次抽樣介面圖

模擬網址：<https://qcfcu.shinyapps.io/SimSPC/>

3.2 Minitab

在本研究中，Minitab 被用於製程數據分析與管制圖之應用。在階段一，Minitab 計算歷史數據之平均數與標準差，再進一步繪製管制圖，生成上下管制界限與中心線，作為後續監控之基準；在階段二，利用管制圖功能監控新增數據之變化，檢測超出上下管制界限或呈現非隨機分布之異常樣本點，從而協助識別潛在製程問題並進行改進。

3.2.1 利用 Minitab 進行製程參數計算與圖表生成

➤ Western Electric Rule (WECO's Rule)

在統計製程管制 (SPC) 領域，如何準確辨識管制圖中之非隨機分布並有效區分自然變異與潛在失控現象，是製程監控與品質管理之核心問題。基於傳統依賴 ± 3 個標準差管制界限之方法雖具基本判定功能，但其對細微異常之敏感度不足，無法全面滿足現代製造業對精確監控之需求。Western Electric 公司引入更精細之判定標準，有效提升異常偵測之精確性，成為製程管制領域中重要理論框架與實務工具，以下為 Western Electric 公司引入之規則：

- Test 1: One point more than 3σ from center line

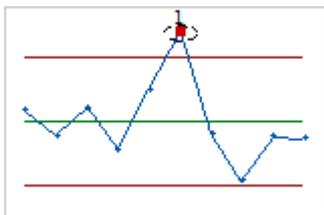


圖 3.3、距中心線超過 3σ 的一點

- Test 2: Nine points in a row on the same side of the center line

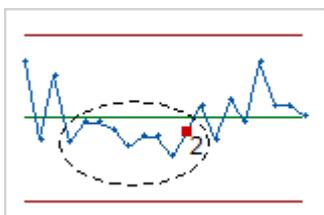


圖 3.4、中心線同側連續九個點

- Test 3: Six points in a row, all increasing or all decreasing

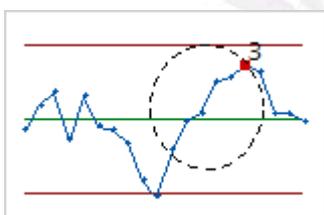


圖 3.5、連續六個點，全部增加或全部減少

- Test 4: Fourteen points in a row, alternating up and down

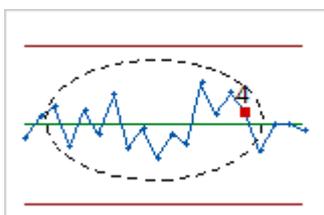


圖 3.6、連續十四個點，上下交替

- Test 5: Two out of three points more than 2σ from the center line (same side)

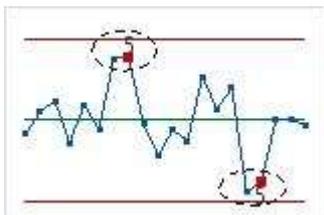


圖 3.7、距中心線（同邊）超過 2σ 的三個點中的兩個

- Test 6: Four out of five points more than 1σ from center line (same side)

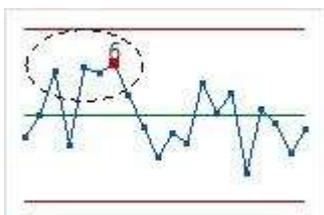


圖 3.8、五個點中的四個點距中心線（同側）超過 1σ

- Test 7: Fifteen points in a row within 1σ of center line (either side)

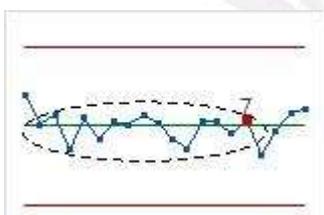


圖 3.9、中心線（任一側） 1σ 範圍內連續 15 個點

- Test 8: Eight points in a row more than 1σ from center line (either side)

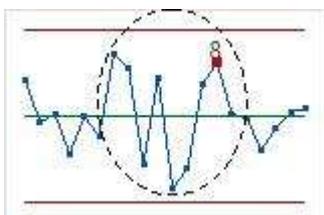


圖 3.10、連續八個點距中心線（任一側）超過 1σ

Phase I 管制圖

首先將圖 3.1 之數據輸入 Minitab 中，呈現方式如圖 3.11 所示；其次，按照以下操作步驟建立 Phase I 管制圖：依序點選 (Stat → Control Charts → Variables Chart for Individuals → \bar{X} -R) 如圖 3.12 所示；接著，於圖 3.13 的介面中選擇 Observations for a subgroup are in one row of columns 並且選取 $x1$ 至 $x4$ 之數據；隨後，進入 Options → Parameters，若已知平均值及標準差，則填入數值，反之可略過，如圖 3.14 所示；而後，在 Tests 選項中選擇 Perform all tests for special causes，並於 Storage 頁面完成設置，如圖 3.15 所示；最後，生成之 Phase I 管制圖結果，如圖 3.16 所示。

	C1	C2	C3	C4	C5
	x1	x2	x3	x4	
1	47.2116	50.8918	48.9332	52.6536	
2	49.5305	48.0348	51.1229	49.4613	
3	48.6044	50.3434	49.9494	49.1810	
4	50.5606	50.0681	53.1591	50.1711	
5	50.8653	50.7329	44.7614	49.8601	
6	51.3008	50.8063	49.6202	50.0656	
7	51.9526	51.4131	49.0980	51.7083	
8	50.0071	50.1575	49.8957	53.7294	
9	50.6118	50.4305	49.4110	50.4696	
10	50.0969	51.7325	50.0004	49.9520	
11	48.3176	50.2920	50.1474	49.9588	
12	51.0879	50.8821	47.8132	50.8603	
13	49.5246	52.2740	48.7848	49.6208	
14	48.9655	51.1943	49.3284	49.1769	
15	49.9829	48.2917	50.8424	50.5689	
16	50.8284	48.3017	52.6930	48.3920	
17	46.4758	50.5652	51.2323	51.4523	
18	47.4769	50.0178	48.8967	51.4539	
19	51.3061	48.9005	52.9535	51.7078	
20	50.7717	49.9406	49.4085	48.6601	

圖 3.11、步驟一 將數據輸入 Minitab

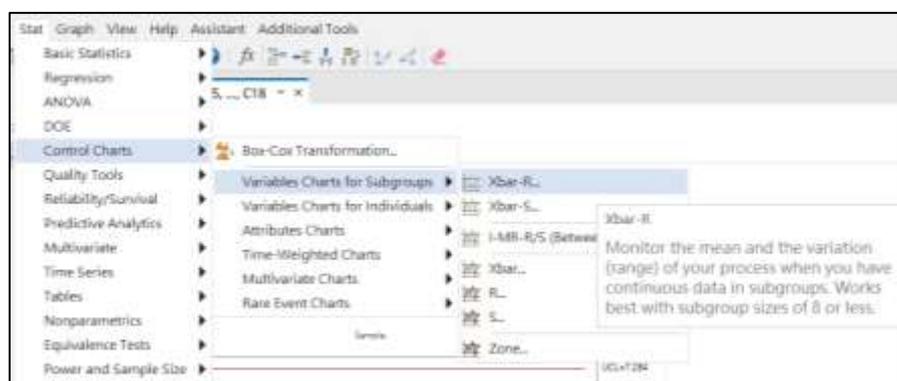


圖 3.12、步驟二 \bar{X} -R 管制圖生成

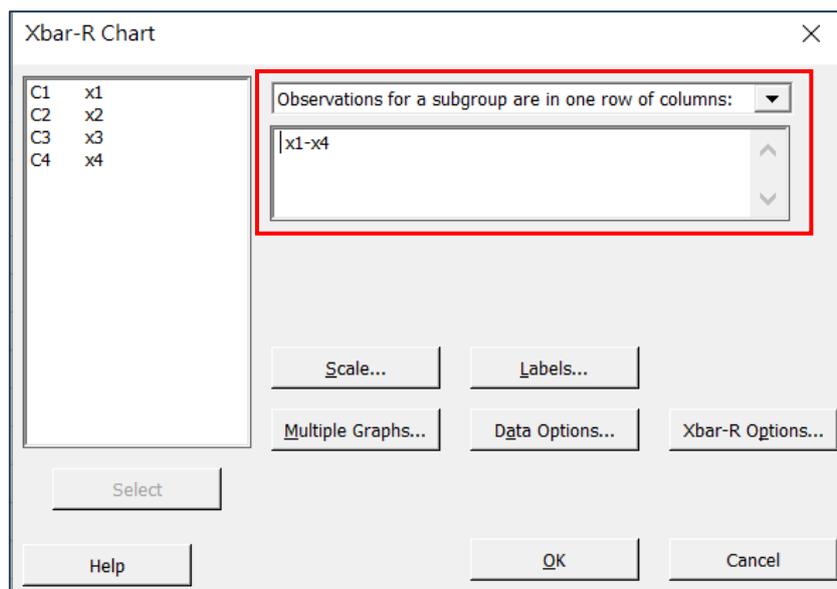


圖 3.13、步驟三 數據分屬不同欄位

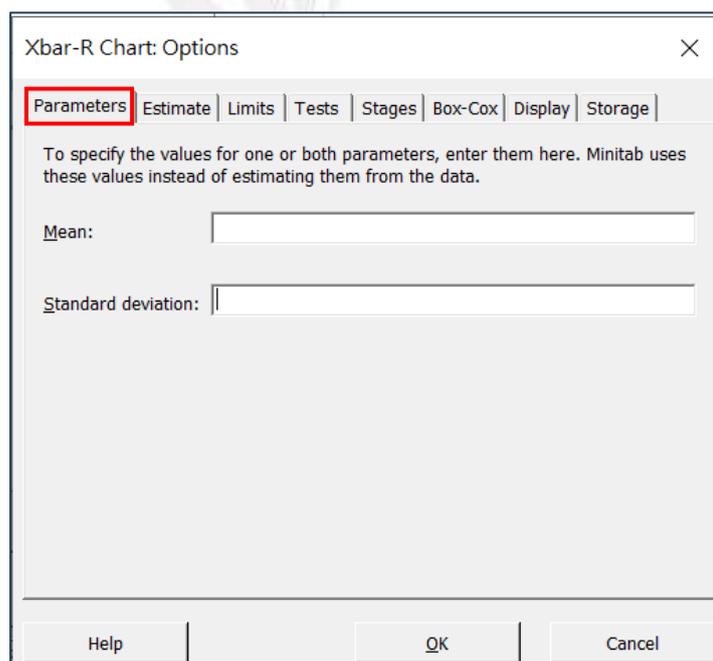


圖 3.14、步驟四 判定平均值及標準差是否已知

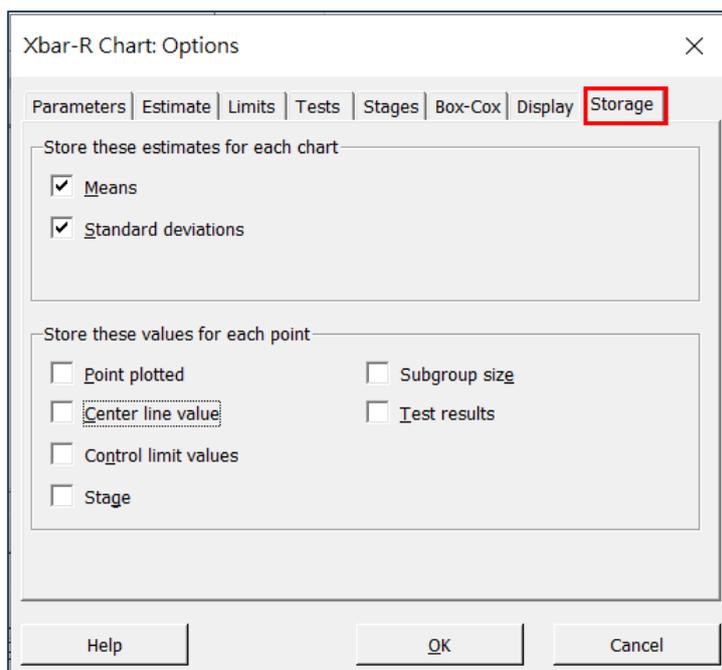


圖 3.15、步驟五 儲存相關變數值

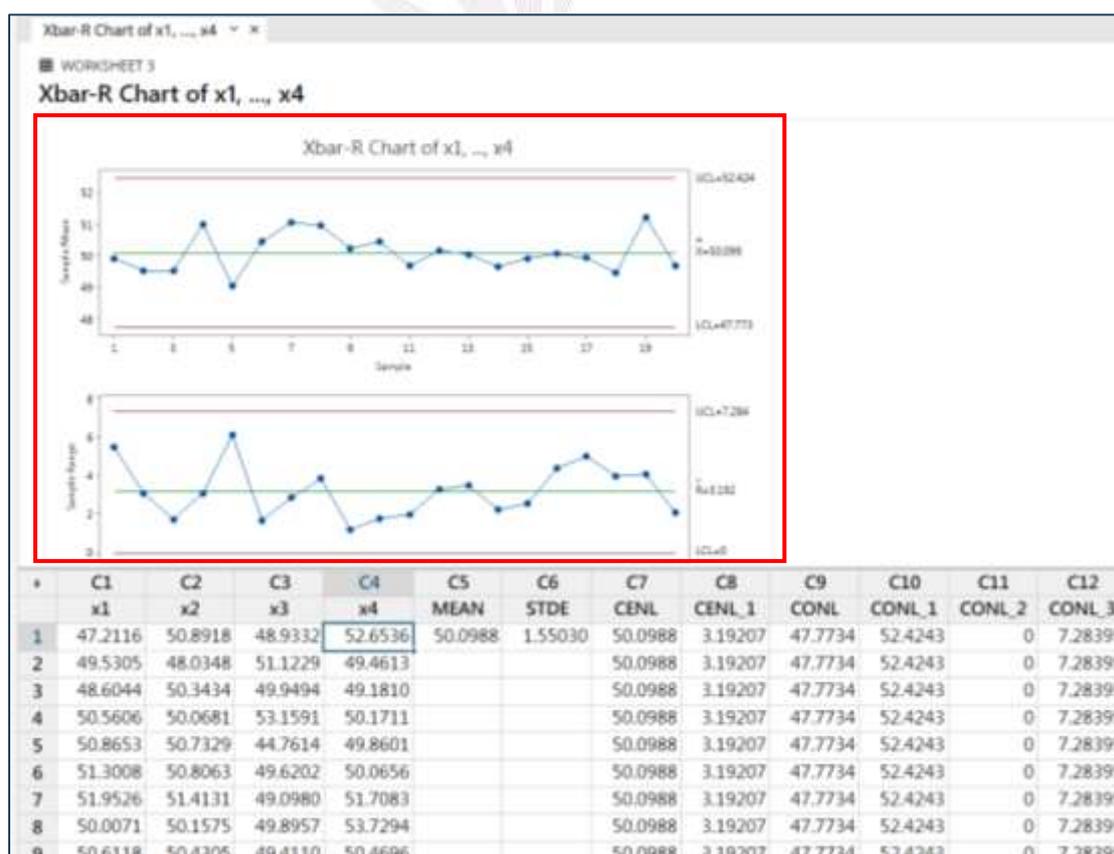


圖 3.16、Phase I 管制圖結果

➤ Phase II 管制圖

首先，將圖 3.2 的抽樣數據輸入至 Minitab；其次，重複 Phase I 管制圖之步驟二；接著，於圖 3.17 的介面中選擇 Observations for a subgroup are in one row of columns 並且選取 C15 至 C18 之數據；隨後，點選 Options → Parameters，將 Phase I 管制圖得到之平均值及標準差填入，如圖 3.18 所示；而後，進入 Limit 選項，透過 Phase I 管制圖得到之上下管制界限值填入，如圖 3.19 所示，其餘設定重複 Phase I 管制圖之步驟；最後，生成之 Phase II 管制圖結果，如圖 3.20 所示。如果需要新增下一筆數據，可直接點選 Update this result 如圖 3.21 所示，進行圖型更新，其結果如圖 3.22 所示。

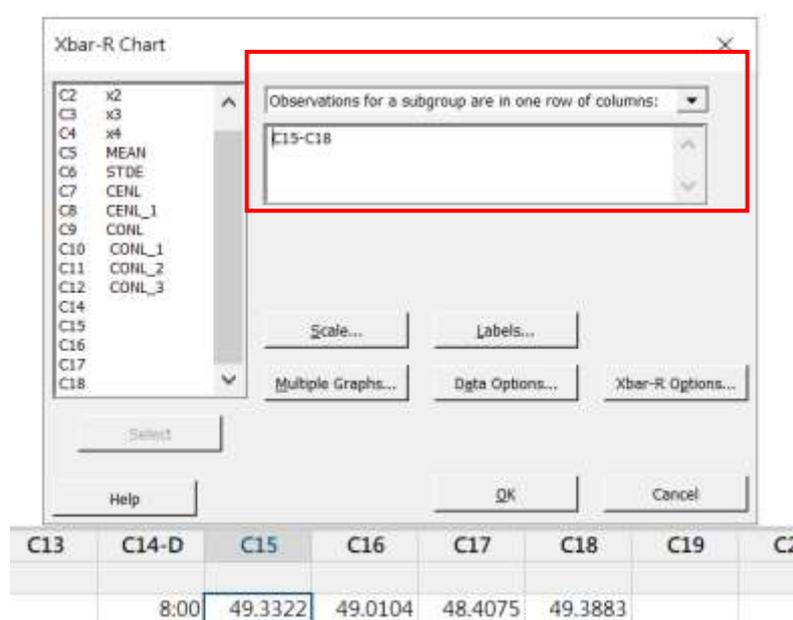


圖 3.17、Phase II 數據分屬不同欄位

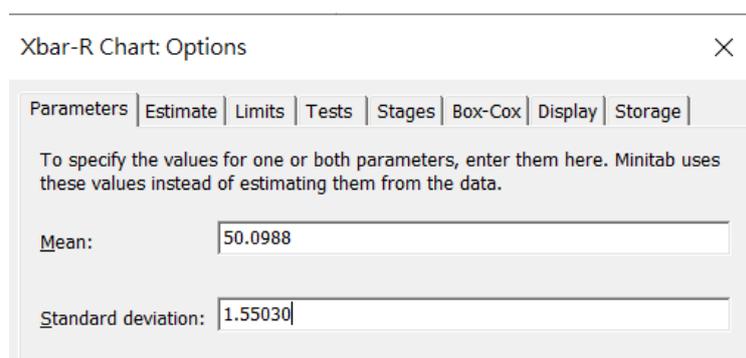


圖 3.18、將 Phase I 管制圖得到之平均值及標準差值填入

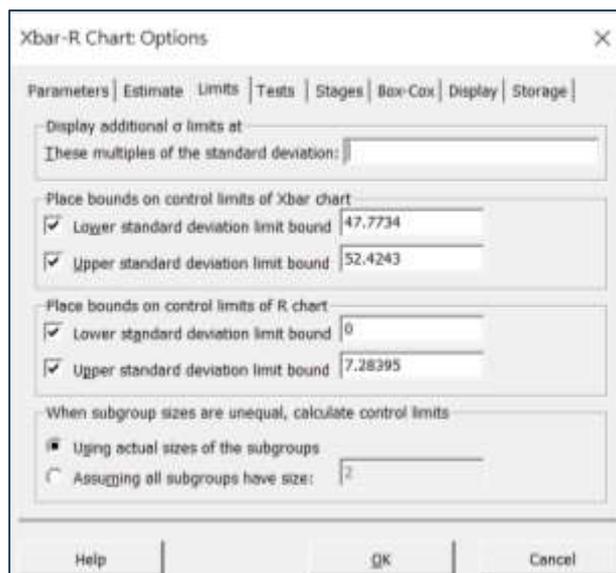


圖 3.19、將 Phase I 管制圖得到之上下管制界限值填入

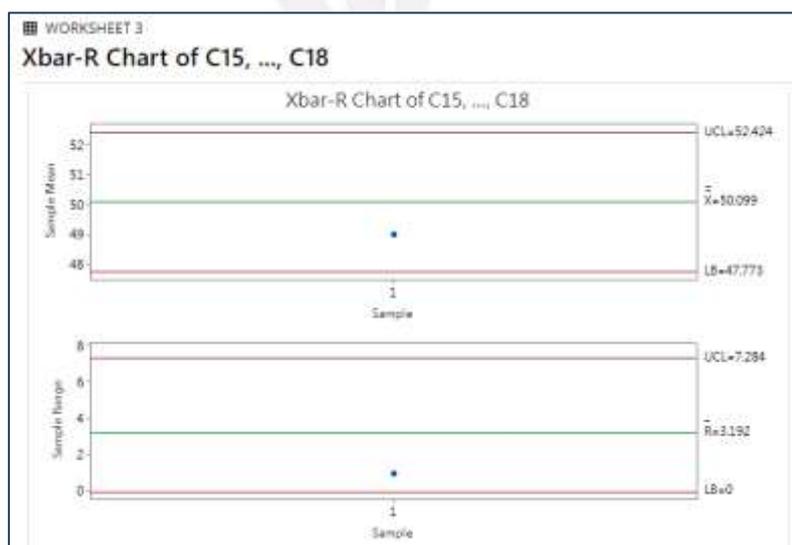


圖 3.20、Phase II 管制圖結果

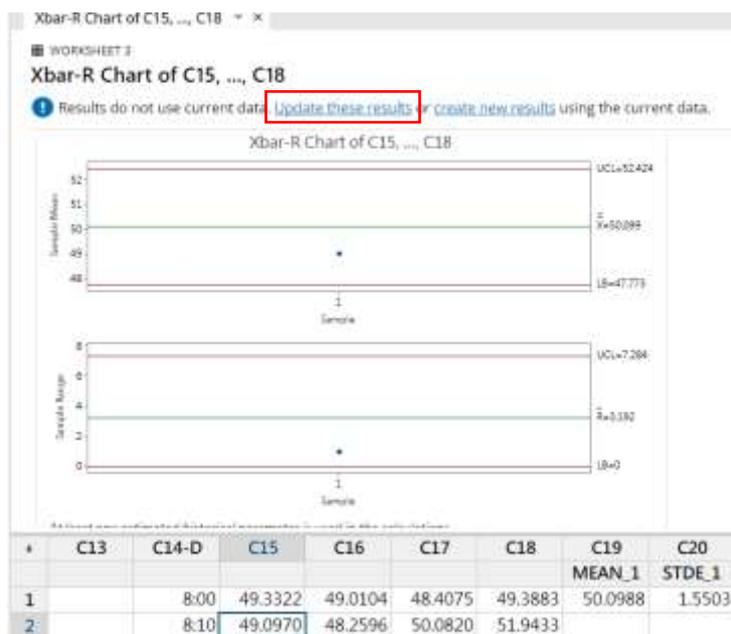


圖 3.21、新增下一筆數據

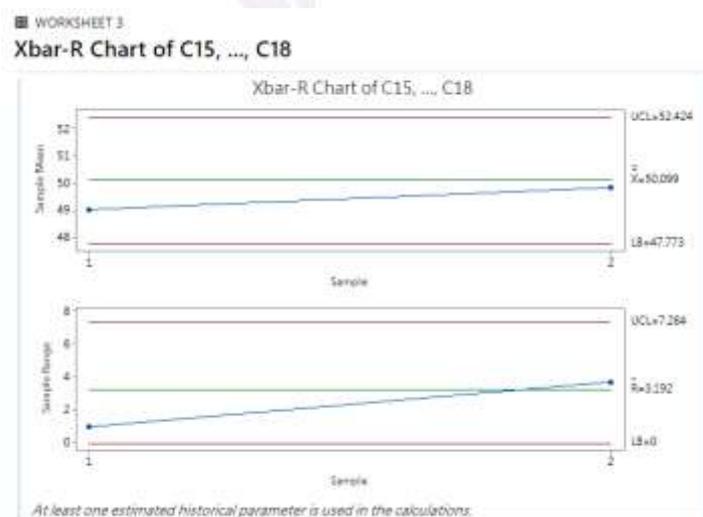


圖 3.22、圖型更新結果

3.3 研究架構

在模擬遊戲之第一階段，抽取數據計算製程之平均數及標準差，判斷其是否穩定，進而建立管制圖上下管制界限。此階段主要目標為透過設定樣本數及抽樣組數（固定為 20 組），利用 Minitab 軟體生成精確管制圖。由於每抽取一個樣本需花費\$10，因此樣本數選擇需在數據準確性與抽樣成本之間取得平衡，最終生成之管制界限將直接影響第二階段製程監控之準確性。

進入第二階段，基於第一階段所構建之管制界限，對新增數據進行持續監控，模擬實際生產中可能的製程狀態變化。設置 8:00 至 17:00 進行重複抽樣，來確保數據之連續性與代表性。當檢測到異常時，製程將立即恢復穩定；若未能及時發現異常，每延遲一個時間點將累積\$10,000 之成本。此階段需要特別注意誤判風險，若穩定製程被誤判為不穩定（型一誤差），每次將產生\$1,000 之成本；而未能檢測到製程之不穩定（型二誤差）時，則會導致\$10,000 的損失。這些誤差不僅直接影響製程監控成本效益，還需要在監控策略中予以綜合考量，以平衡成本與檢測準確性。

模擬遊戲結束後，總成本將包括第一階段與第二階段抽樣成本，以及型一與型二誤差所導致之損失。該研究旨在探討三種管制圖在不同樣本數設定下對監控性能與成本之影響，藉由分析找出最具效益製程監控策略，以提升製程穩定性與異常檢測能力，並在抽樣成本與效益之間實現最佳平衡，從而總結出最適合實際應用的解決方案。整體研究架構如下圖所示：

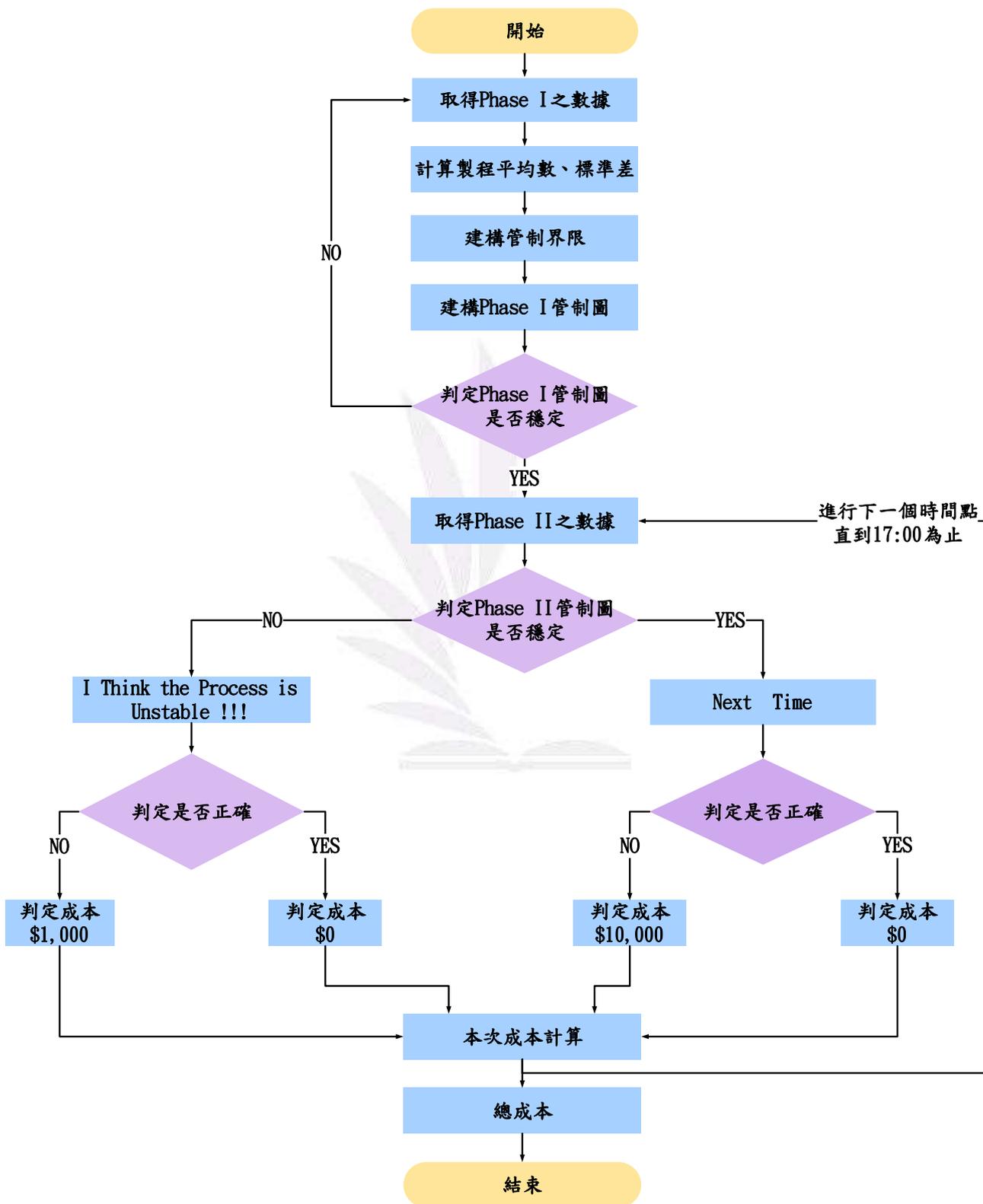


圖 3.23、研究架構圖

第四章 研究實作與結果分析

本研究根據第三章所提出之方法，比較三種主要管制圖 ($\bar{X}-R$ 、 $\bar{X}-S$ 、 $I-MR$)，透過分析誤判次數、成本與監控效果來評估其應用價值，並進一步探討不同樣本數對管制效果之影響。藉由分析誤判次數和相關成本，對比三種管制圖之表現，提供有關品質管制方法選擇的依據。

4.1 研究結果分析

在本研究中，針對 $\bar{X}-R$ 管制圖、 $\bar{X}-S$ 管制圖及和 $I-MR$ 管制圖進行比較，分析三種管制圖在不同樣本數下的誤判情況、成本與監控效果，並探討最佳監控方案。 $\bar{X}-R$ 用於 $n \leq 10$ 、 $\bar{X}-S$ 用於 $n > 10$ 及 $I-MR$ 用於 $n = 1$ 。

4.1.1 $\bar{X}-R$ 、 $\bar{X}-S$ 和 $I-MR$ 管制圖的誤判與成本對比

(a) $\bar{X}-R$ 管制圖： $n = 5$

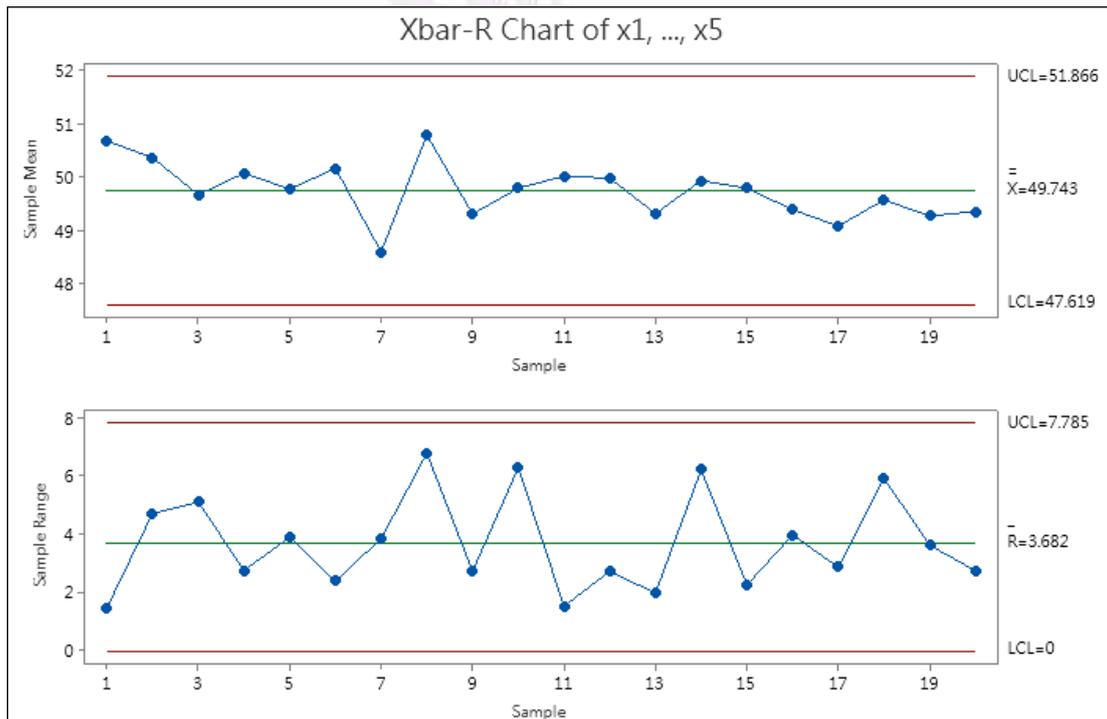


圖 4.1、樣本數為 5 之 $\bar{X}-R$ 管制圖 Phase I

以下為圖 4.1 \bar{X} -R 管制圖之中心線及上下管制界限值

● \bar{X} 管制圖

- 上管制界限 (UCL) : 51.866
- 中心線 (\bar{X}) : 49.743
- 下管制界限 (LCL) : 47.619

● R 管制圖

- 上管制界限 (UCL) : 7.785
- 中心線 (\bar{R}) : 3.682
- 下管制界限 (LCL) : 0

根據圖 4.1 之結果，所有樣本點皆於管制界限內，判定製程狀態為穩定，可進行 Phase II。

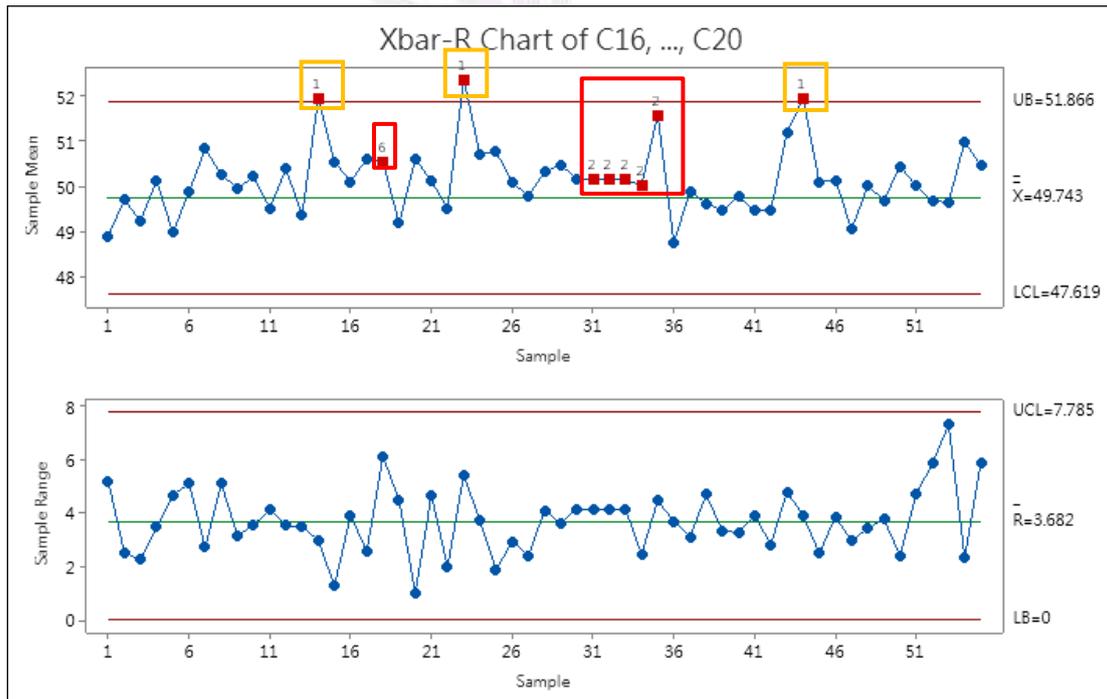


圖 4.2、樣本數為 5 之 \bar{X} -R 管制圖 Phase II

根據圖 4.2，我們將黃色框的點判定為製程不穩定（時間點 10:10、11:40、15:10），因其超出上管制界限；無誤判。

製程改善後，變異變小，但管制圖之平均數及標準差是基於過去數據估算，未能反映目前製程之真實狀態，可能導致數據違反 WECO's Rule，但實際上製程仍穩定（紅色框）。

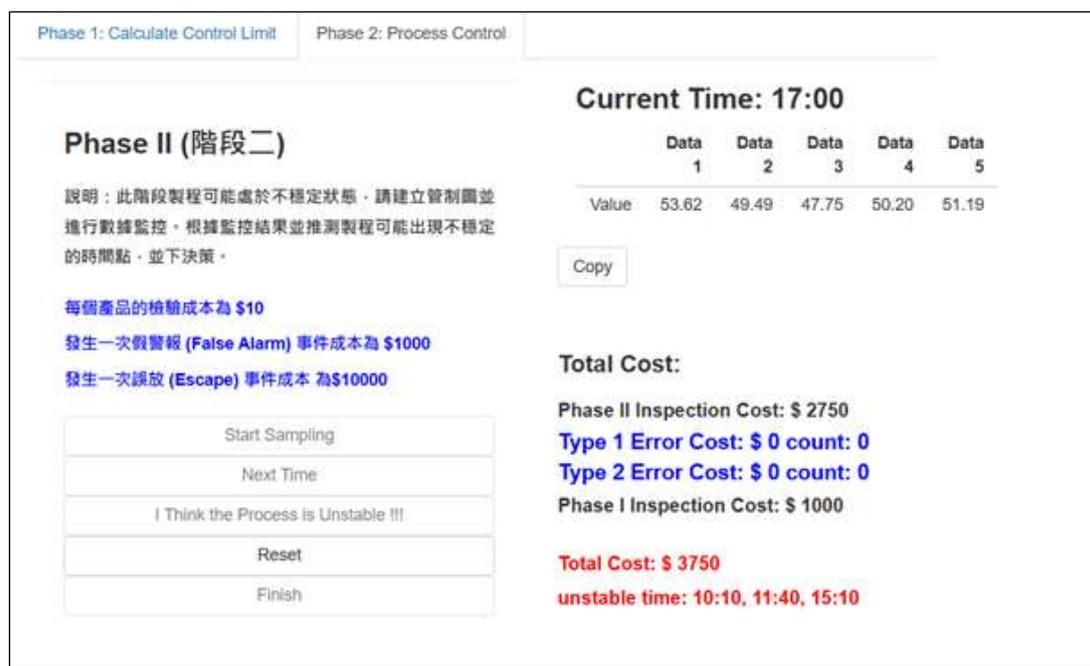


圖 4.3、樣本數為 5 之 \bar{X} -R 管制圖結果分析

Type I Error (型一誤差)：誤判 0 次、成本 \$ 0

Type II Error (型二誤差)：誤判 0 次、成本 \$ 0

Total Cost (總成本)：\$ 3,750

(b) \bar{X} - S 管制圖： $n = 11$

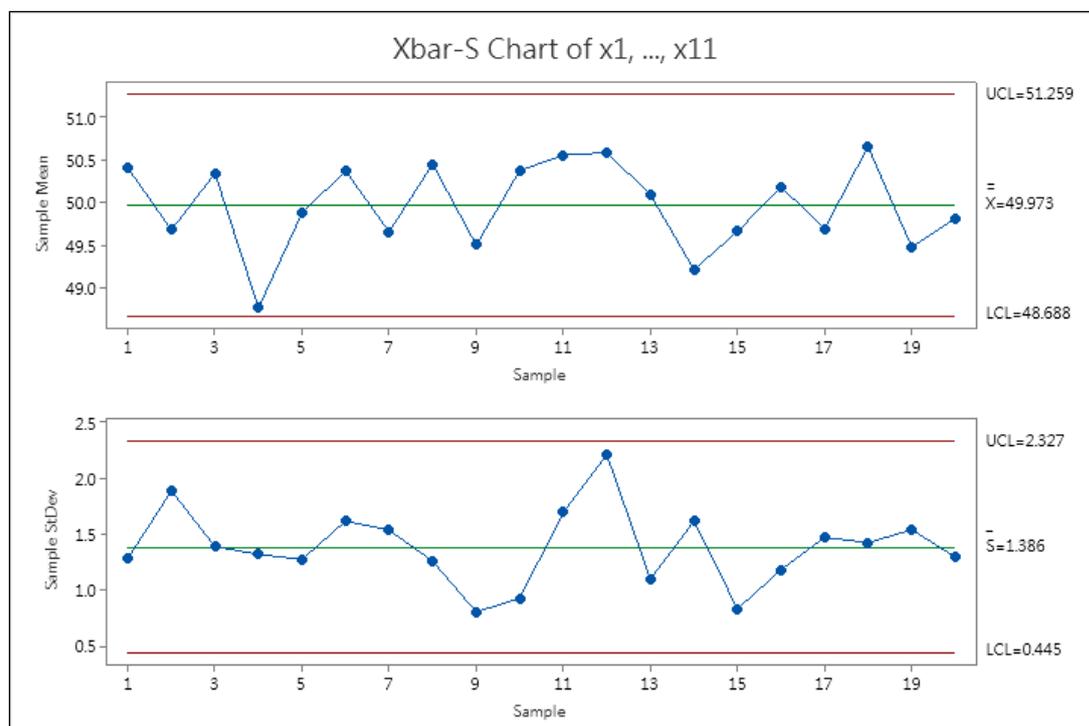


圖 4.4、樣本數為 11 之 \bar{X} - S 管制圖 Phase I

以下為圖 4.4 \bar{X} - S 管制圖之中心線及上下管制界限值

- \bar{X} 管制圖
 - 上管制界限 (UCL)：51.259
 - 中心線 ($\bar{\bar{X}}$)：49.973
 - 下管制界限 (LCL)：48.688
- S 管制圖
 - 上管制界限 (UCL)：2.327
 - 中心線 ($\bar{\bar{S}}$)：1.386
 - 下管制界限 (LCL)：0.445

根據圖 4.4 之結果，所有樣本點皆於管制界限內，判定製程狀態為穩定，可進行 Phase II。

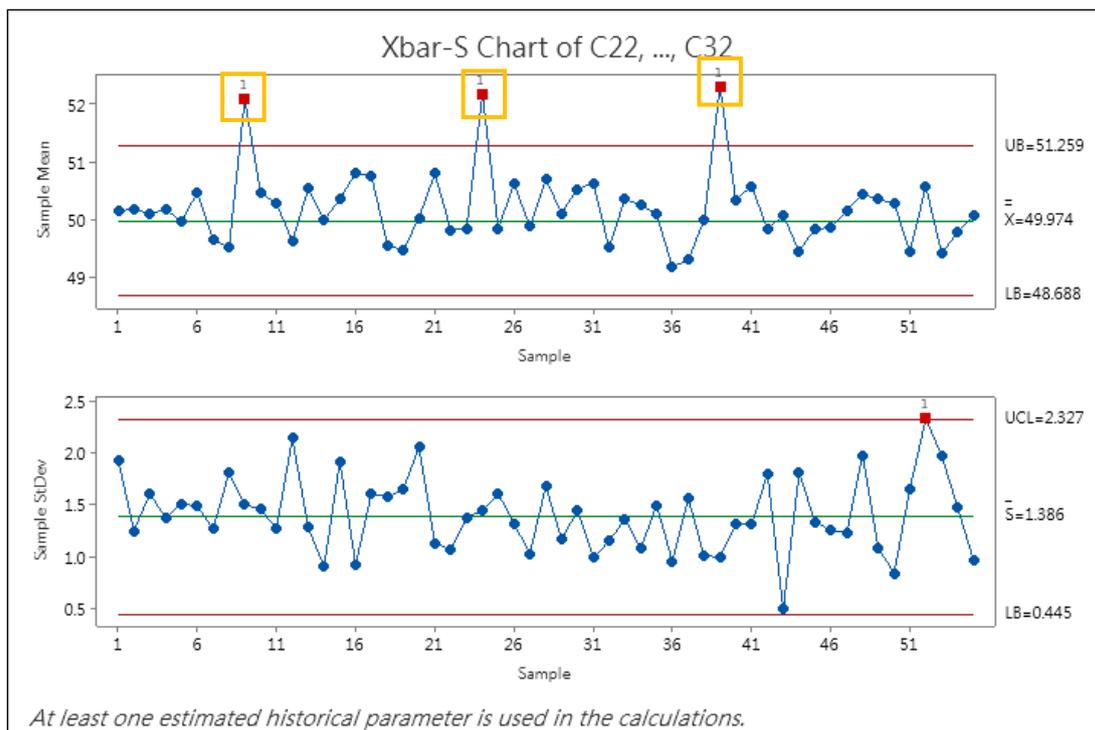


圖 4.5、樣本數為 11 之 \bar{X} -S 管制圖 Phase II

根據圖 4.5，我們將黃色框的點判定為製程不穩定（時間點 09:00、12:40、14:20），因其超出上管制界限；無誤判。



圖 4.6、樣本數為 11 之 \bar{X} -S 管制圖結果分析

Type I Error（型一誤差）：誤判 0 次、成本 \$ 0

Type II Error（型二誤差）：誤判 0 次、成本 \$ 0

Total Cost（總成本）：\$8,250

(c) $I-MR$ 管制圖： $n=1$

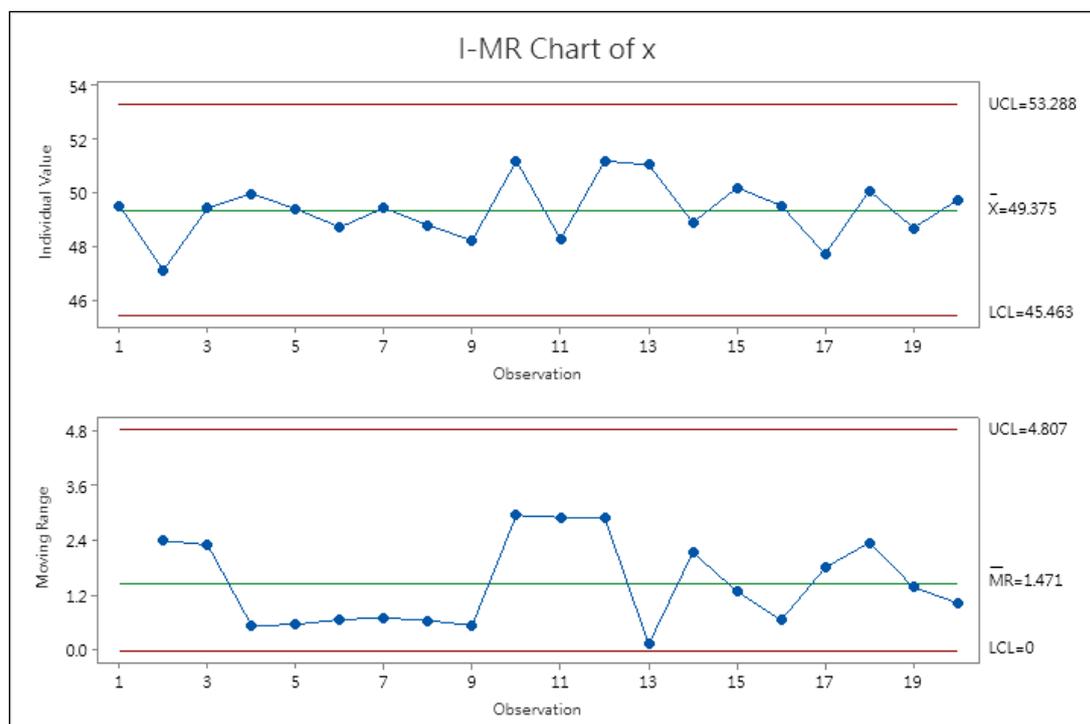


圖 4.7、樣本數為 1 之 $I-MR$ 管制圖 Phase I

以下為圖 4.7 $I-MR$ 管制圖之中心線及上下管制界限值

- I 管制圖
 - 上管制界限 (UCL)：53.288
 - 中心線 (\bar{X})：49.375
 - 下管制界限 (LCL)：45.463
- MR 管制圖
 - 上管制界限 (UCL)：4.807
 - 中心線 (\overline{MR})：1.471
 - 下管制界限 (LCL)：0

根據圖 4.7 之結果，所有樣本點皆於管制界限內，判定製程狀態為穩定，可進行 Phase II。

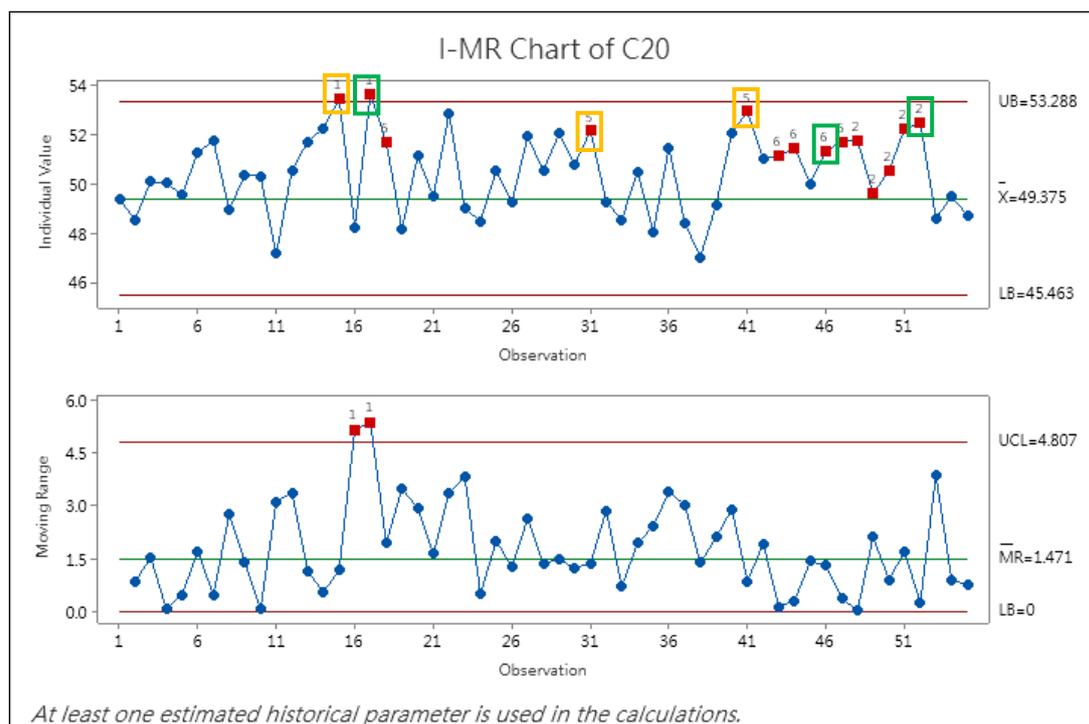


圖 4.8、樣本數為 1 之 *I-MR* 管制圖 Phase II

根據圖 4.8，我們將黃色、綠色框的點判定為製程不穩定（時間點 10:20、13:00、14:40、10:40、15:30、16:30），時間點 10:10、12:50、14:30 為原本異常時間；時間點 10:40、15:30、16:30 為誤判（綠色框）。

因 *I-MR* 為單一樣本測量，其變異性通常較大，更容易受自然波動影響，即使製程是穩定的，也很容易超過管制界限或觸發 WECO's Rule。



圖 4.9、樣本數為 1 之 $I-MR$ 管制圖結果分析

Type I Error (型一誤差)：誤判 3 次、成本 \$ 3,000

Type II Error (型二誤差)：誤判 3 次、成本 \$ 30,000

Total Cost (總成本)：\$33,750

(d) 根據誤判次數及相關成本，對這三種管制圖進行比較

在對 $I-MR$ 、 $\bar{X}-R$ 和 $\bar{X}-S$ 管制圖進行比較時，我們發現 $I-MR$ 管制圖的誤判次數較高，主要是因其樣本數太少，導致其對變異的敏感度不足，無法及時捕捉到異常情況，從而增加誤判的可能性。相比之下， $\bar{X}-R$ 和 $\bar{X}-S$ 管制圖的誤判次數均為零，顯示它們在降低誤判風險方面的優勢。理論上， $\bar{X}-S$ 的樣本數較大，其誤判風險理應會較小，但從成本效益的角度來看，因為 $\bar{X}-R$ 管制圖抽取的樣本數較少，抽樣成本會低於 $\bar{X}-S$ 管制圖，因此我們認為在降低誤判風險及提升製程管制效果方面， $\bar{X}-R$ 管制圖表現最佳。

管制圖 (樣本數)	$\bar{X}-R$ ($n = 5$)	$\bar{X}-S$ ($n = 11$)	$I-MR$ ($n = 1$)
型一誤判次數 (\$1000/次)	0	0	3
型二誤判次數 (\$10000/次)	0	0	3
誤判總成本	\$0	\$0	\$33,000
抽樣成本	\$3,750	\$8,250	\$750
總成本	\$3,750	\$8,250	\$33,750

表 4.1、三種管制圖之成本比較

4.1.2 樣本數不同之監控結果比較

(a) 樣本數選擇與設定

根據 4.1.1 (d) 部分之分析結果，我們選擇 $\bar{X}-R$ 管制圖，並選擇 $n = 3$ 和 $n = 8$ 與 $n = 5$ 的管制圖進行比較。

選擇 $n = 3$ ，是為了評估在降低抽樣成本的情況下，是否也能有效監控制程變異；選擇 $n = 8$ ，則是因為較大的樣本數通常能提升製程監控的穩定性，藉此確認穩定效果是否顯著。以 $n = 5$ 作為基準，我們能比較這三個樣本數在成本、敏感度及穩定性之間的表現，從而找到最能平衡抽樣成本與監控效果的最佳樣本數。

(b) 建構不同樣本數下的管制圖

(1) $n = 3$

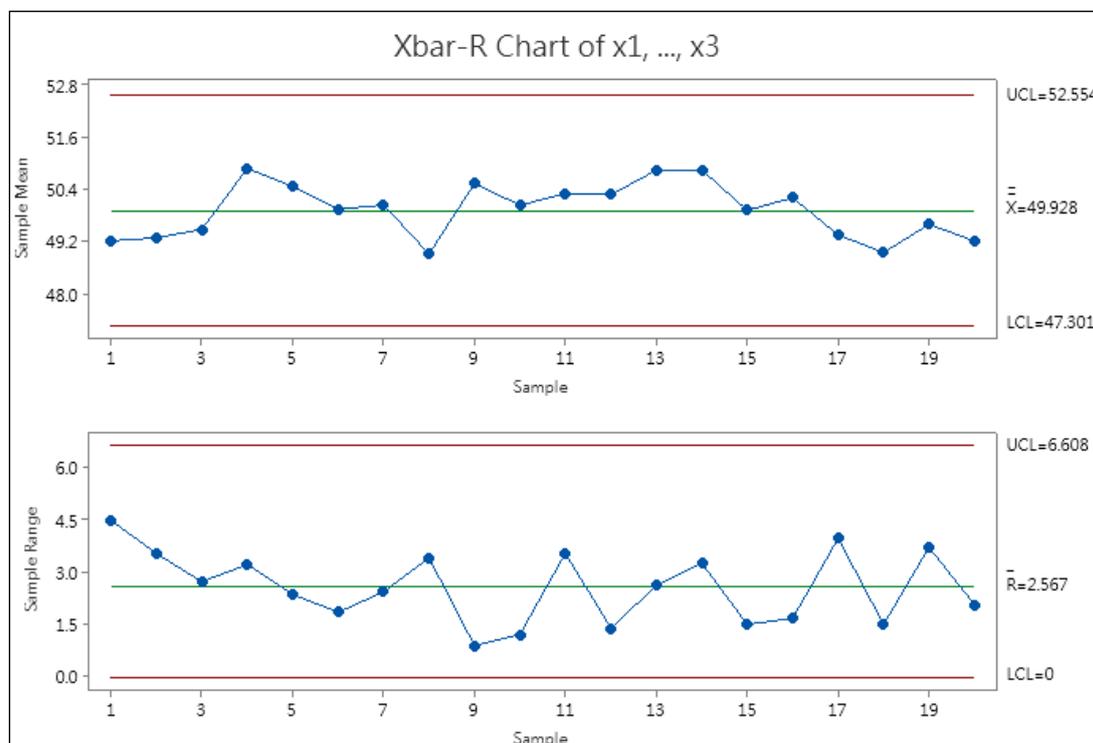


圖 4.10、樣本數為 3 之 \bar{X} -R 管制圖 Phase I

以下為圖 4.10 \bar{X} -R 管制圖之中心線及上下管制界限值

- \bar{X} 管制圖
 - 上管制界限 (UCL)：52.554
 - 中心線 (\bar{X})：49.928
 - 下管制界限 (LCL)：47.301
- R 管制圖
 - 上管制界限 (UCL)：6.608
 - 中心線 (\bar{R})：2.567
 - 下管制界限 (LCL)：0

根據圖 4.10 之結果，所有樣本點皆於管制界限內，判定製程狀態為穩定，可進行 Phase II。

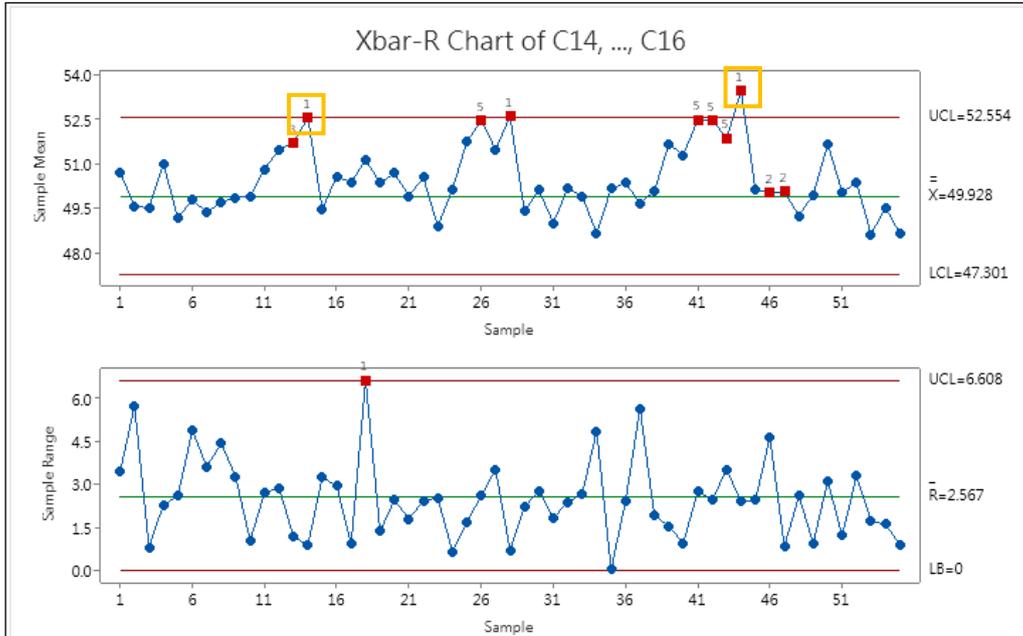


圖 4.11、樣本數為 3 之 \bar{X} -R 管制圖 Phase II

根據圖 4.11，我們將黃色框的點判定為製程不穩定（時間點 10:10、15:10），因其超出上管制界限，而原本異常時間點為 9:40、12:00、14:20。

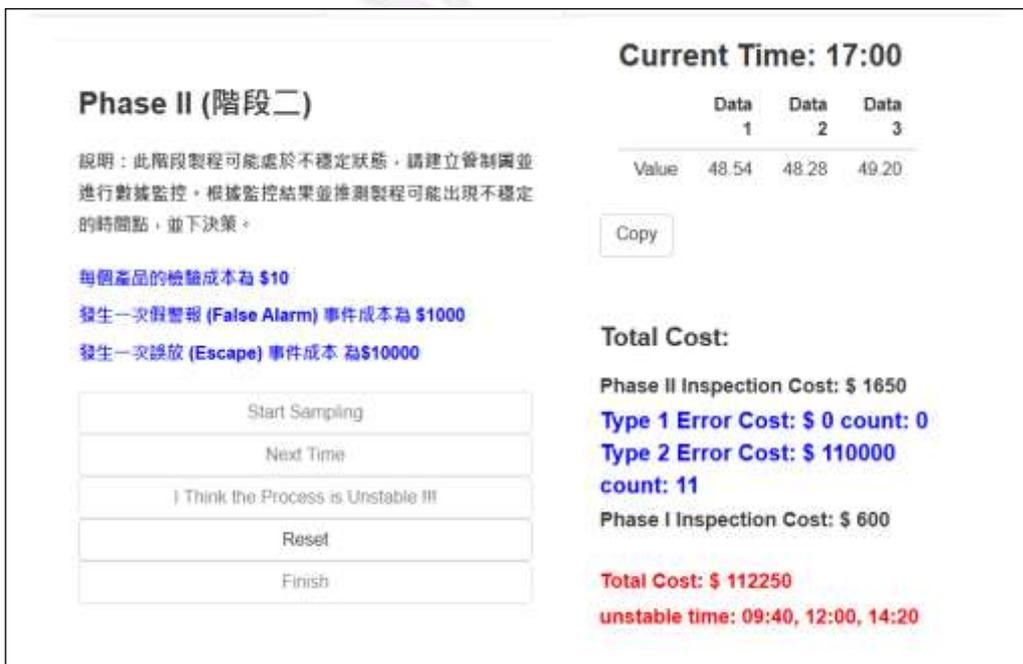


圖 4.12、樣本數為 3 之 \bar{X} -R 管制圖結果分析

Type I Error (型一誤差)：誤判 0 次、成本 \$ 0

Type II Error (型二誤差)：誤判 11 次、成本 \$ 110,000

Total Cost (總成本)：\$112,250

(2) $n = 8$

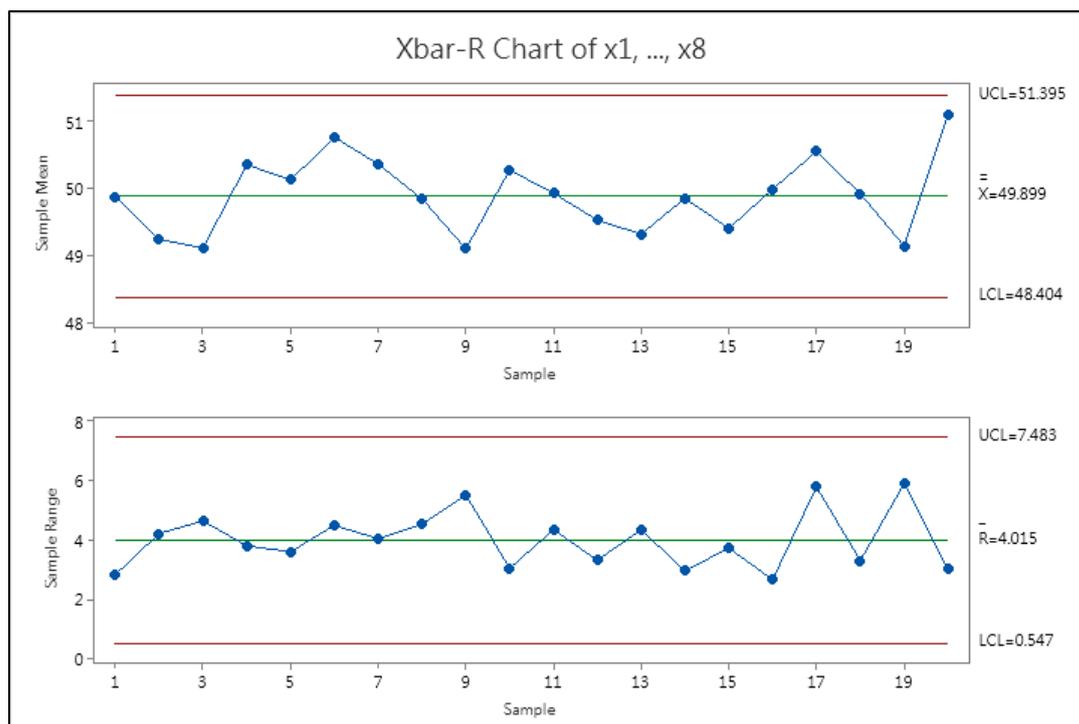


圖 4.13、樣本數為 8 之 \bar{X} -R 管制圖 Phase I

以下為圖 4.13 \bar{X} -R 管制圖之中心線及上下管制界限值

- \bar{X} 管制圖
 - 上管制界限 (UCL)：51.395
 - 中心線 (\bar{X})：49.899
 - 下管制界限 (LCL)：48.404
- R 管制圖
 - 上管制界限 (UCL)：7.483
 - 中心線 (\bar{R})：4.015
 - 下管制界限 (LCL)：0.547

根據圖 4.13 之結果，所有樣本點皆於管制界限內，判定製程狀態為穩定，可進行 Phase II。

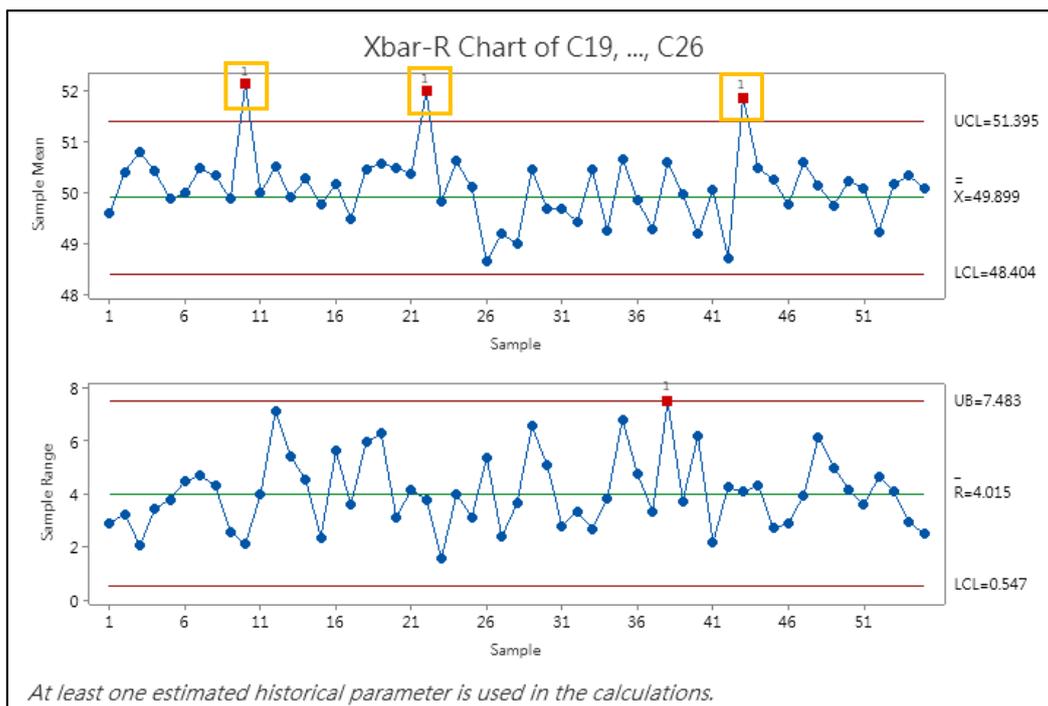


圖 4.14、樣本數為 8 之 $\bar{X}-R$ 管制圖 Phase II

根據圖 4.14，我們將黃色框的點判定為製程不穩定（時間點 09:30、11:30、15:00），因其超出上管制界限；無誤判。



圖 4.15、樣本數為 8 之 $\bar{X}-R$ 管制圖結果分析

Type I Error (型一誤差)：誤判 0 次、成本 \$ 0

Type II Error (型二誤差)：誤判 0 次、成本 \$ 0

Total Cost (總成本)：\$6,000

(c) 結果討論

樣本數	$n = 3$	$n = 5$	$n = 8$
型一誤判次數	0	0	0
型二誤判次數	11	0	0
誤判總成本	\$110,000	\$0	\$0
抽樣成本	\$2,250	\$3,750	\$6,000
總成本	\$112,250	\$3,750	\$6,000
敏感度	低 (型二誤判多)	高 (無誤判)	高 (無誤判)
穩定性	低	中	高
優點	較低的抽樣成本	在監控效果和成本之間取得良好平衡	提供更準確的製程反映，可以更有效的檢測變異，降低誤判風險
缺點	無法準確反映實際的製程變異	可能無法檢測所有異常，需多次測試	較高的抽樣成本

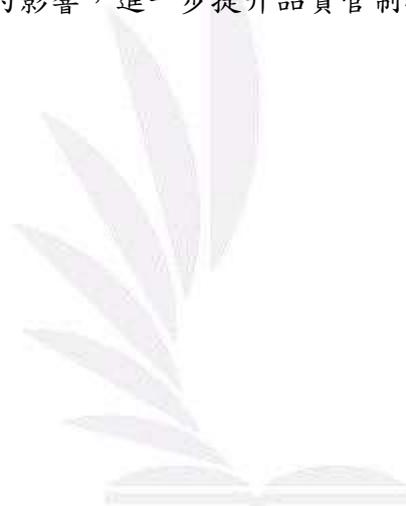
表 4.2、三種管制圖之結果討論

- $n=3$ 的管制圖雖未發生型一誤判，但型二誤判成本高達\$110,000，顯示出它在監控製程變異方面的效能不足，無法有效識別潛在問題。因此，雖然抽樣成本低，但整體成本表現不佳。
- $n=5$ 的管制圖表現最佳，因為它沒有任何誤判，且總成本僅為\$3,750，顯示出它在監控效果與成本之間達到最佳平衡。
- $n=8$ 的管制圖同樣沒有誤判，但他的總成本為\$6,000，較 $n=5$ 高出不少，儘管在穩定性上有所提升，但在成本效益上不及 $n=5$ 。

綜合考量， $\bar{X}-R$ 管制圖在樣本數 $n = 5$ 的情況下表現最佳，因為在無誤判的情況下，它保持了最低的總成本；而 $n = 3$ 的管制圖則相對較差，因它在有效監控制程變異方面的表現無法滿足需求，導致高額的型二誤判成本。

4.2 結論

- **研究結論：**根據管制圖的比較分析，指出哪一種管制圖在降低誤判風險、提升製程穩定性及節省成本方面具有優勢。具體分析不同樣本數下的監控效果，並指出最佳的設定。
- **研究貢獻：**本研究為實際製程中的管制圖選擇提供了科學依據，並透過誤判與成本分析，對 $\bar{X}-R$ 、 $\bar{X}-S$ 、 $I-MR$ 三種管制圖的應用效果進行了綜合評估。
- **未來工作：**建議進行更多變異因素的研究，如不同製程條件或外部環境變化對管制圖表現的影響，進一步提升品質管制技術的應用深度與廣度。



第五章 總結

本研究針對品質管理中三種管制圖 (\bar{X} - R 、 \bar{X} - S 及 I - MR) 之系統性研究，旨在分析不同管制圖的性能表現及應用價值，並提出實際應用中選擇建議。隨著工業製程進步，市場對製程穩定性與產品的品質一致性提出更高要求，因此，如何選擇適合之管制圖以平衡誤判風險與成本效益，成為品質管理中的一大挑戰。

管制圖的類型與樣本數設定會直接影響其對製程異常之敏感度與監控效率，但現有研究在這方面之比較仍有限，因此本研究針對 \bar{X} - R 、 \bar{X} - S 及 I - MR 三種管制圖進行深入分析，探討在不同樣本數設定下其性能表現，並期望為製程監控提供最佳策略。

本研究首先利用 Minitab 生成 \bar{X} - R 、 \bar{X} - S 及 I - MR 管制圖，藉由設定管制界限，完成製程穩定性分析 (Phase I)。在穩定製程之基礎上，進行下一階段異常監控 (Phase II)，記錄各管制圖之異常判定結果與誤判情況。接著，本研究結合誤判次數與相關成本，分析三種管制圖在敏感度、穩定性與成本效益等方面之差異，最終選擇性能表現最佳之管制圖，並進一步探討樣本數對監控精度與成本影響。於本研究中， \bar{X} - R 管制圖在樣本數適中 ($n=5$) 時，展現良好的平衡性，其總成本最低，敏感度與穩定性也達到實用需求。而 \bar{X} - S 管制圖則因樣本數較大，具備更高敏感度，但其抽樣成本相對較高；至於 I - MR 管制圖，由於樣本數限制，誤判風險明顯增加，總成本居高不下。

根據實驗結果顯示，不同管制圖在樣本數變化下性能表現存在顯著差異。例如，當樣本數較小 ($n=3$) 時，監控精度明顯下降，而樣本數較大 ($n=8$) 雖可提升製程穩定性，但抽樣成本顯著增加。在綜合成本與監控效能之前提下，本研究建議選擇 \bar{X} - R 管制圖作為平衡監控效率與成本效益之最佳選項，並設定中等樣本數以實現實際應用的最佳效果。這項研究提供針對品質管制方法選擇之科學依據，並為未來進一步研究管制圖在不同製程條件或環境中之應用潛力提出方向，具有重要的實踐價值。

第六章 參考文獻與資料

1. Elam, M. E., & Case, K. E. (2004). Two-Stage Short-Run (\bar{X} , s) Control Charts. *Quality Engineering*, 17(1), 95-107. <https://doi.org/10.1081/QEN-200028714>
2. Da Silva, A. L. F., Noqueira, E. L., De Souza Campos, W., De Oliveira Júnior, J. B., & De Albuquerque, M. M. (2019). Using Control Charts For Variables. *Journal of Engineering and Technology for Industrial Applications*, 105-112. <https://dx.doi.org/10.5935/2447-0228.20190035>
3. Minitab. (2024). *Minitab Support*. Minitab. <https://support.minitab.com/en-us/minitab/>

