

**【附件三】教育部教學實踐研究計畫成果報告格式(系統端上傳 PDF 檔)**

教育部教學實踐研究計畫成果報告(封面)  
Project Report for MOE Teaching Practice Research Program (Cover Page)

計畫編號/Project Number：PEE107088

學門分類/Division：工程

執行期間/Funding Period：2018/8/1~2019/7/31

線性代數之遊戲化學習  
線性代數

計畫主持人(Principal Investigator)：林維崙

共同主持人(Co-Principal Investigator)：

執行機構及系所(Institution/Department/Program)：逢甲大學通訊工程學

系

繳交報告日期(Report Submission Date)：2019/09/12

## (計畫名稱/Title of the Project)

一. 報告內文(Content)(請繳交 3 至 10 頁成果報告，不含封面、參考文獻、相關佐證附件與連結，檔案大小以 20mb 為限。)

### 1. 研究動機與目的(Research Motive and Purpose)

請描述所選擇研究議題的問題挑戰與背景、教學實務現場遇到之挑戰以及該議題的重要性與影響力。

本研究起因於連續六學年在線性代數的教學觀察，發現學生對於老師台上講授內容的趣味程度而有不同的學習效果，因此引發設計符合學生成長背景的遊戲、影音、娛樂媒材的學習知識點。由於線性代數本身是一門相當需要想像的基礎數學課程，且需要結合學生在國高中課程中習得的向量、幾何、基礎三角函數等基本數學能力。通常在高中時期，線性代數大量使用的矩陣觀念亦已安排相關課程，但多屬於記憶公式並偏向計算為重的數學學習。因此，在計算上學生可被認為稍具基礎。然而這個所謂的基礎，仍需要授課教師在教授時加以確定，否則在導入理論與觀念的講授時，學生會遭遇極大的學習斷層。線性代數的學習對於工程類科系是極度重要的，舉凡大量數值的觀察與處理都需要線性代數的知識以解決各種系統的問題。而線性代數對於某些科系的特定領域有著決定性的影響，因為這些特定領域研究的對象為大量的數值。線性代數在大學數學科目的學習上提供一個好的開場背負了重大責任。依據以上動機，本計畫透過**遊戲化學習方法的導入**，以遊戲元素創造授課環境，引發學生學習，提升自我學習的動力，趣味當中貼切的結合艱澀理論，用學生的知識水平與既存的想像範例啟發學生對於理論的深度理解。本計畫主題屬於既有課程突破的範疇，研究的目的為線性代數之遊戲化學習。在計畫中本課程深入探討線性代數教學內容中各節的重要觀念與理論，並將這些觀念與理論拆解為知識點，進而依據理論本身的特性對應適當的遊戲或影音媒材。

逢甲大學自 2003 年起，引入成果導向教育 (Outcome-Based Education, OBE)，以學生學習成效為主體，實施「成果導向、持續改善之雙迴圈課程規劃及管理機制」。本研究的進行根據 OBE 取向教學法設定如下三項教學目標 1) 辨識線性方程式系統與矩陣之間的關係;2) 能理解矩陣的性質並且熟悉其運算及應用瞭解線性代數中;3) 空間的基本性質以及線性方程式與線性空間之間的變換特性 (詳見附件三)。針對學生經歷該課程之學習過程，依達成課程目標之學習標準程度，進行評量。任課教師將應用評分量表 (Rubrics) 等多元評量工具，進行學

生學習成效量測，評量結果可作為教學單位檢核該門課程及達成核心能力之依據。落實期末師生對課程目標達成進行檢核，結果回饋教師進行課程設計與教學改善，並做為學系檢視每門課程目標達成核心能力的資訊之一。此外，逢甲大學於 2017 年成為臺灣第一所加入由美國麻省理工學院等國際頂尖大學推動的 CDIO 國際合作組織的大學，將全面採取以 Conceive (構思)、Design (設計)、Implement (實施)、Operate (操作) 的創新教育歷程，本課程亦將依據 CDIO 12 項標準，深化成果導向教育，持續精進課程與教學革新。CDIO12 項標準完整提供教學單位課程與教學實施的評估架構，從課程理念、課程發展、設計實施經驗和場域、教學和學習方法、教師發展、評量和評估等面向切入，透過 Rubrics 評分量表自我檢視，幫助系所瞭解現況以及目標。

CDIO 12 項標準架構表	
類別	標準
課程理念	1.情境脈絡
課程發展	2.學習成果、3.整合式課程、4.導論
設計-實施經驗和場域	5.設計-實施的經驗、6.場域
教學和學習方法	7.整合式的學習經驗、8.主動學習
教師發展	9.提高教師的能力、10.提高教師的教學能力
評量和評估	11.學習成效評量、12.課程評估

本計畫主題屬於既有課程突破的範疇，研究的目的是為線性代數之遊戲化學習。在計畫中本課程將深入探討線性代數教學內容中各節的重要觀念與理論，並將這些觀念與理論拆解為知識點，進而依據理論本身的特性對應適當的遊戲或影音媒材。

逢甲大學自 2003 年起，引入成果導向教育 (Outcome-Based Education, OBE)，以學生學習成效為主體，實施「成果導向、持續改善之雙迴圈課程規劃及管理機制」。本研究的進行根據 OBE 取向教學法設定如下三項教學目標 1) 辨識線性方程式系統與矩陣之間的關係;2) 能理解矩陣的性質並且熟悉其運算及應用瞭解線性代數中;3) 空間的基本性質以及線性方程式與線性空間之間的變換特性 (詳見附件三)。針對學生經歷該課程之學習過程，依達成課程目標之學習標準程度，進行評量。任課教師將應用評分量表 (Rubrics) 等多元評量工具，進行學生學習成效量測，評量結果可作為教學單位檢核該門課程及達成核心能力之依據。落實期末師生對課程目標達成進行檢核，結果回饋教師進行課程設計與教學改善，並做為學系檢視每

門課程目標達成核心能力的資訊之一。

此外，逢甲大學於 2017 年成為臺灣第一所加入由美國麻省理工學院等國際頂尖大學推動的 CDIO 國際合作組織的大學，將全面採取以 Conceive (構思)、Design (設計)、Implement (實施)、Operate (操作) 的創新教育歷程，本課程亦將依據 CDIO 12 項標準，深化成果導向教育，持續精進課程與教學革新。

CDIO12 項標準完整提供教學單位課程與教學實施的評估架構，從課程理念、課程發展、設計實施經驗和場域、教學和學習方法、教師發展、評量和評估等面向切入，透過 Rubrics 評分量表自我檢視，幫助系所瞭解現況以及目標。

## 2. 文獻探討(Literature Review)

說明與本實踐研究計畫主題相關之國內外文獻、研究發展、實作案例、實踐行動等。

傳統的學校教育在近幾年來處於一個轉型的階段，許多新的教學的方式像是翻轉教室，大規模網路開放課程，逐漸被應用在實際的教學環境中。對於熟悉智慧型裝置和網路的網路世代來說，電玩遊戲扮演著很重要的角色，而移花接木讓遊戲不再只是遊戲之新興的遊戲化 (gamification) 概念，更被許多研究單位與顧問機構視為未來十年的關鍵技術與應用趨勢。遊戲化學習 (gamification of learning) [1]-[25] 是在學習環境中使用視頻遊戲設計與遊戲元素來學習的教育方法 [1]-[2]，目標是提升學習者的興趣，鼓勵他們最大限度地享受和參與學習 [3]。廣義的來說，遊戲化是物件本身非屬遊戲性質的情況下重新定義物件的過程，其中物件由可以引發動機的趣味遊戲並誘導對向持續進行遊戲 [4]。

始於 2002 年的遊戲化一詞並不是一個單一的獎勵系統，其中考量使人決定做某事的各種複雜因素。遊戲化過程是一個考慮到心理學，設計，策略和技術的多方面的方法 [5]。在教育背景下，遊戲化可能影響的期望學生行為的例子包括參加課堂，注重有意義的學習任務，並採取主動。然而，如何在教育界落實，為傳統遊戲式學習升級，便成為重要課題。Deterding 等 [4] 將此遊戲設計元素運用在非遊戲情境之中的現象稱之為「遊戲化」。Werbach [7] 則稱將活動變得更像遊戲的過程為「遊戲化」。其中，遊戲設計元素或更像遊戲過程的基本元素稱

之為遊戲機制，而最常見的遊戲機制則包括點數 (points)、徽章 (badges)、排行榜 (leaderboards) 或等級／關卡 (levels) 等 [5]。遊戲化設計關注的焦點仍然在於活動本身的目的，以同理心思考利害相關的參與者的同時，在著手策畫活動或任務的過程之中加入遊戲設計元素，促成活動更像遊戲的過程，以喚起人們玩樂的本性，藉此吸引參與，激發士氣，鼓勵持續投入，使得活動不僅變得更有趣，也更健康、更有效率。近年來有些數位化的教育事業亦開始運用遊戲化的機制，例如可汗學院 (Khan Academy)、程式設計學院 (Codecademy)、堆疊溢出社群 (Stack Overflow)，都得到不錯的效果；傳統的學校教學，教師亦偶有運用遊戲機制的情形，例如猴子爬樹加分板等，然而一般在學校並未出現系統化地推廣或應用[9]。

一個在學校中較為系統化的範例可參考過去 18 年在蒙大拿州教授自然科學的 Paul Andersen 使用遊戲設計的元素來改善他 AP (advanced placement) 生物學課堂學習。在過去的一年他持續在 YouTube 上發表一系列科學和教育方面的影片[10]：包括物理學、生物學、解剖學、化學、地球科學，很受歡迎，Paul 的科學影片已經被世界各地的學生觀看數百萬次，在新的學習平台 Knowmia 中也是被特別選輯的教學影片。他將他的課堂重新創造成一個電玩遊戲 (video game)。他提出 3 點理由說明為什麼在他的課堂推行遊戲化學習 (gamification of learning)：

- (1) **學校原本就應該是樂趣無窮的**：高中學生喜歡上學不見得是因為喜歡上課，而是因為那裡有他們的朋友。但傳統高中被動、以教師為中心的授課方式常常讓學生們覺得乏味。
- (2) **失敗是件好事**：玩電玩遊戲失敗時常會有激勵作用。就像玩憤怒鳥遊戲一樣，失敗了你會嚐試調整彈弓方向與射擊點來設法過關，甚至過關後還要再嚐試讓分數破記錄。
- (3) **學習應該差異化**：傳統課堂將所有學生視為相同程度來教學，就好像強迫讓所有孩子玩憤怒鳥同一關卡一樣，有一半的孩子會覺得很難而沮喪，另一半的則是因太簡單而覺得乏味。

Paul 的整個班級以 Moodle (一個線上學習管理系統) 為中心。他的班級網站提供了約 100 個播客 (Podcasts) 和數百個問題，他的學生能按照在自己的步伐學習，一遍又一遍地接受測驗直到完全理解為止。他將課程依章節分成很多等級 (或者你可說是遊戲關卡, levels)。在系統中學生們從第 0 關開始往更高的關卡前進。有的學生進度較快，有些則進展較慢。每個學生都化身為電玩裡的角色來闖關，藉由完成各等級的學習(過關) 取得經驗分數 (experience points)，努力讓自己進入領先排行榜。請觀看下面的影片，了解如何將學習畫分等

級相關細節。雖然 Paul 講課可以講的很好，但他將他的課堂講課時間縮短到每週只約有 10 分鐘，因為他想讓他的學生們成為獨立的學習者。所以基本上他的課堂使用翻轉課堂 (flipped classroom) 的模式，再加上遊戲化 (gamification) 的元素。他分享了從曾經失敗的經驗中得到的三個發現。

- (1) 傳統的課堂就像是一輛校車，班上所有學生坐在車上由司機把所有人載到目的地，大家同時到達。但我的方法是給每個學生一輛車子讓他們各自開車，結果有些人的車子熄火了，有些人會像賽車一樣狂飆，而另一些人則開車去撞牆。因此我必須思考更周到嚴謹一點的引導方式 (scaffolding)。
- (2) 千萬不要忽視閱讀能力的重要性。當孩子們獨立學習時，閱讀常常是他們學習的障礙，為什麼呢？因為我替他們把該讀的課文都替他們讀了，然後在課堂上用生動的方式講解給學生們聽 (雖然這是所有好老師應該做的)，學生們坐著聽就學會了，何必自己去唸書呢？結果養成學生不愛閱讀的習慣。
- (3) 如果只是把硬體 (電腦) 及軟體 (影片及自動學習系統) 準備好，讓學生坐在電腦前面各自獨立學習，效果會是很糟糕的。孩子們到學校來是來社交的，所以我必須加入更多社交學習元素，例如分組討論或專案等等，才能使學習過程更具吸引力及更有效率。

**結語：**透過文獻我們找尋出遊戲化學習的方法與原則，未來也依據國際遊戲化學習的最新趨勢加以修正課程遊戲化內容與相關架構。

### 3. 研究方法(Research Methodology)

(1) **研究說明。**(請具體說明教學或課程設計，如：係針對整體課程、單元主題、教學方法、作業設計或評量策略...等不同研究主題所進行的具體設計。)

在線性代數的課程中，可以利用 18 週的學習時間完成七個章節的內容。其中包括線性方程式系統、矩陣、矩陣的運算、向量空間、內基空間、線性轉換、與特徵空間等章節。由於本研究已透過多年經驗的累積，對學生程度與生長的時空背景的理解，方能加以設計。



遊戲化學習設計架構圖。

如上圖所示之遊戲化學習設計架構 [3]，**第一步**確認目標參與者與內容部分，本計畫針對私校程度理工科學生與其生長的時空背景加以理解。**第二步**定義學習的物件部分，本計畫將深入探討線性代數七個章節中各節的重要觀念與理論，並將這些觀念與理論拆解為知識點。**第三步**建構學習經驗，本計畫因第一次實施，痛點 (pain point) 評估依據傳統教學時的經驗，在課程施做後將透過所收即的資訊進行課程評估與修正階段。**第四步**確認資源，本計畫依據理論本身的特性對應適當的遊戲或影音媒材。**第五步**採用遊戲化元素，以下舉例說明：在高中計算二階或者是三階矩陣的行列式時，通常老師已經把公式教給學生，學生只要把公式記牢即可計算題目。然而大學的行列式學習則為任意階數矩陣的行列式計算，也有公式，但相對不容易記憶，而且在記憶之前需要學習理論以確認公式的合理性。在這部分的學習，經過六個學年的找尋，終於找到炸彈超人的遊戲可以對比行列式的計算，並且在進階行列式的計算法則上可以採用炸彈超人後來延伸出的遊戲爆爆王，形成一系列的對比。由於多數同學有玩過或者看過這個遊戲，因此可以運用相關經驗於理論推導結果的對比。對於沒有玩過看過的同學，在課程相關知識點尚未教授之前，便可以引導同學進行教室翻轉 [8]，回家先玩玩看遊戲。同時在課堂中，為避免同學沒有確實翻轉教室，節錄遊戲精華部分的多媒體媒材在課

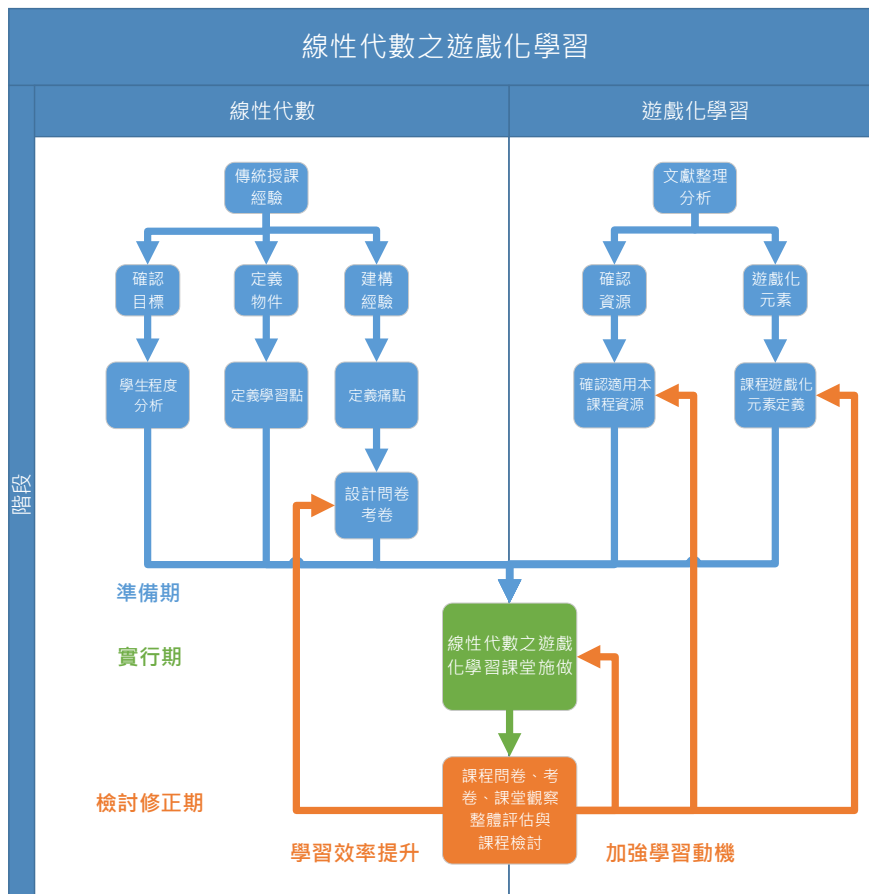
堂中使用，此舉不但可引發同學高度的學習興趣，也把死板的單向教授，變成多維度的知識傳遞。雖然本研究並未著墨於互動式的學習，主要考量在於教授對向的人數、內容完成度、學生學習習慣、與學生程度等諸多因素。因此依據上述因素考量，本計畫著重於引發學生學習興趣，活化死板的單向知識傳遞。同時也讓學生不覺得枯燥無聊而有更多切入學習的角度。依此類推於其他知識點。

除了上述的過程，在**第三步**建構學習經驗中，本計畫將著重於學習時的“痛點”(pain point)分析，透過問卷、考試評量、課程教授觀察等，在本計畫後半階段進行痛點評估，進而判斷學生是否在每個階段的轉換能有適當的動機追求下一階段的學習。後續的評估，包含學生學習狀況與問卷整理與分析，以判斷現階段遊戲化的媒材是否合宜、是否有需要修正與改進。在修正之後，便達成本計畫的中期目標，進入第二次課程循環之後，相信課程能達到一穩定而且有教學效率的狀態。

## (2)研究步驟說明

### A.研究架構

本計畫之研究架構可以下表呈現。





本計畫課程為單一課程，但將此遊戲化導入課程之目標分為短中長三期。在短期目標，即本一年期計畫著重於課程理念與設計，完成遊戲化學習設計架構，並進行課程施做。第一年計畫施行後，依據 Rubrics 與相關考卷、問卷、回饋等修正進行中期目標，經過數個回授循環，多次運作判斷遊戲化的媒材是否合宜、是否有需要修正與改進。經歷多次課程施做後達成促成學生主動學習、整合式的學習經驗、教師發展等遠期目標。

本研究對象為大電機領域的大一新生，應具備中級英文閱讀能力與基礎數學能力。其中中級英文閱讀能力，包含讀與寫，數學基礎方面則包含三角函數、向量、幾何、多元一次方程式求解、因式分解等能力。

本研究採用問卷(其中一份如附件二之 Rubrics)、測驗、課堂觀察等方式評估學生學習的成效。問卷設計配合遊戲化之知識點，在學期開始前完成。考試題目亦需要配合長時間觀察學生的“痛點”另外加以設計，以達到問卷與考試成績能相輔相成，確實展現學生學習成效。

此外，本研究為避免的一次設計痛點的不完全，透過臉書 (facebook) 建構遊戲機制 [5]。在每次考試評核之前，把教室翻轉到臉書，讓同學把痛點提出，也讓程度較佳的同學加以解答。申請人則依據問題與解答的品質，給予點數 (point)，並設計獎章 (badge) 機制，回饋到學生的成績。這樣的機制已經在申請人課程全面實施，通常學生在學期初的鼓勵下獲得了點數而引發熱烈的討論，問問題的同學獲得 1 點，正確解答問題的同學獲得 5 點，有參與的同學依回答的正確度給予不同程度鼓勵。學生的痛點將很容易呈現在問的問題上，而且回答正確的同學會引發同儕的高度認同，讓大部分同學的學習動機大幅度的強化。因此，臉書的遊戲機制也是本研究確保實驗對象也能獲得良好教育品質的防護網，也符合加強學生自我學習力與課程參與度，學習成效提升的研究假設。資料處理與分析將在本計畫後半段進行，主要工作為問卷分析，考卷分析，與課堂學生反應檢討，以便修正授課內容，讓此一課程更臻完美。主要預期修正的內容為遊戲化的知識點對於學生學習的實質成效，在問卷部份的設計可提供學生回饋相關學習狀況。

#### 4. 教學暨研究成果(Teaching and Research Outcomes)

##### (1) 教學過程與成果

本一年期計畫之成果主要為規劃創新教法於工程領域的線性代數課程，將實際教材內容與能吸引學生之媒材相互配合，藉由此一新式遊戲化教學法的導入傳統線性代數課程，使此課程提升學生自我學習動機與課程參與度。

本計畫完成遊戲化學習設計架構：**第一步**確認目標參與者與內容部分，本計畫針對私校程度理工科學生與其生長的時空背景加以理解。**第二步**定義學習的物件部分，本計畫將深入探討線性代數七個章節中各節的重要觀念與理論，並將這些觀念與理論拆解為知識點。**第三步**建構學習經驗，本計畫因第一次實施，痛點 (pain point) 評估依據傳統教學時的經驗，在課程施做後將透過所收即的資訊進行課程評估與修正階段。**第四步**確認資源，本計畫依據理論本身的特性對應適當的遊戲或影音媒材。**第五步**採用遊戲化元素。將創造一創造生動有趣的授課環境，加強學生自我學習力與課程參與度，達成學習成效提升。以下為評估同學進步的各種題組，經過觀察，半數以上的同學都能在本課程中獲致學習上的進步。

#### Ch1-8 (齊次線性方程式)

題目:

Quiz 1-3 難度★:

Find the solution set of the system of linear equations represented by the augmented matrix.

$$\left[ \begin{array}{cccccc} 1 & -3 & 2 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 \end{array} \right]$$

Midterm 4 難度★:

Find the solution set of the system of linear equations represented by the given augmented matrix.

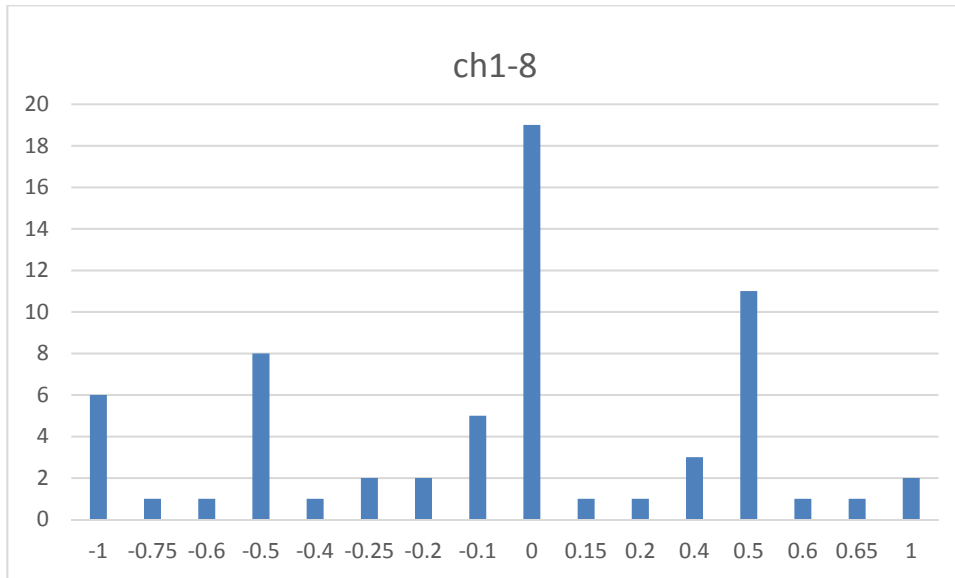
$$\left[ \begin{array}{cccccc} 1 & -3 & 2 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

#### 考題觀念及困難點:

如果一方程式系統常數均為 0，那就是齊次系統，想要解齊次線性方程式，要先將增廣矩陣化為列檢梯形

長條圖說明，

- ✚ 小於 0 的人數為 25 人
- ✚ 等於 0 的為 17 人(11 人兩次皆滿分，所以實際值應為 6 人)
- ✚ 大於 0 則是 20 人(11 人兩次皆滿分，所以實際值應為 32 人)
- ✚ 結論:進步百分比為 50.7%



### Ch2-1 (矩陣)

題目:

Quiz 1-6 難度★: Determine the size of the matrices.

a.  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}$

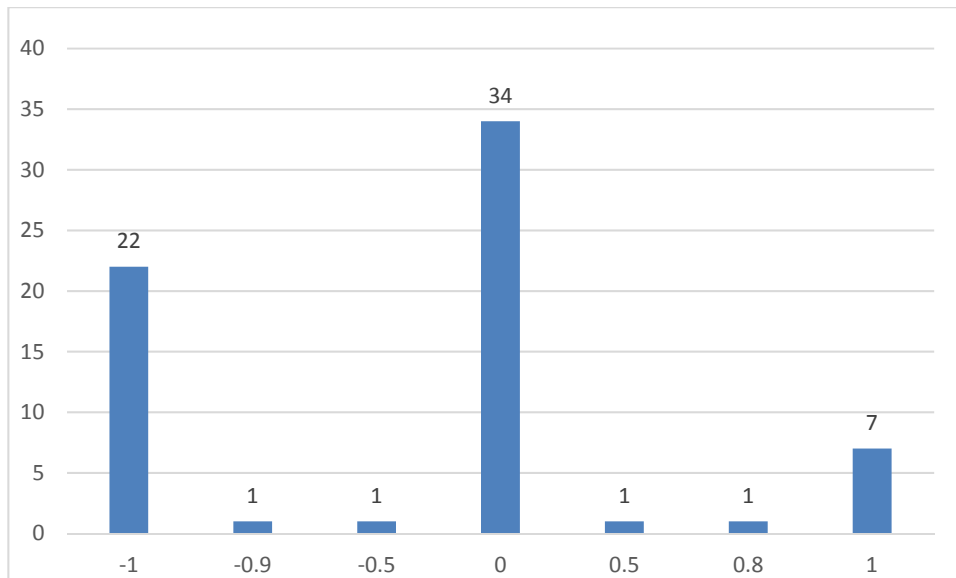
b.  $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

Midterm 2 難度★★: Find the determinant of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ .

考題觀念及困難點:須知矩陣加減乘，及如何判斷矩陣是幾乘幾的大小

長條圖說明，

- ✚ 小於 0 的人數為 24 人
- ✚ 等於 0 的為 34 人(27 人兩次皆滿分，所以實際值應為 7 人)
- ✚ 大於 0 則是 9 人(27 人兩次皆滿分，所以實際值應為 36 人)
- ✚ 結論:進步百分比為 53.7%



## Ch2-6 (反矩陣)

題目:

Quiz 2-4-a 難度★ :

Find inverse matrix of the coefficient matrix in the following system of linear equations. Then solve the system using the obtained inverse matrix.

$$X_1 + 2X_2 + X_3 = 4$$

$$X_1 - 3X_2 + 2X_3 = 1$$

$$2X_1 - X_2 + 2X_3 = 3$$

Midterm 6 難度★ :

Find inverse matrix of the coefficient matrix in the following system of linear equations. Then solve the system using the obtained inverse matrix.

$$X_1 + X_2 + 2X_3 = 4$$

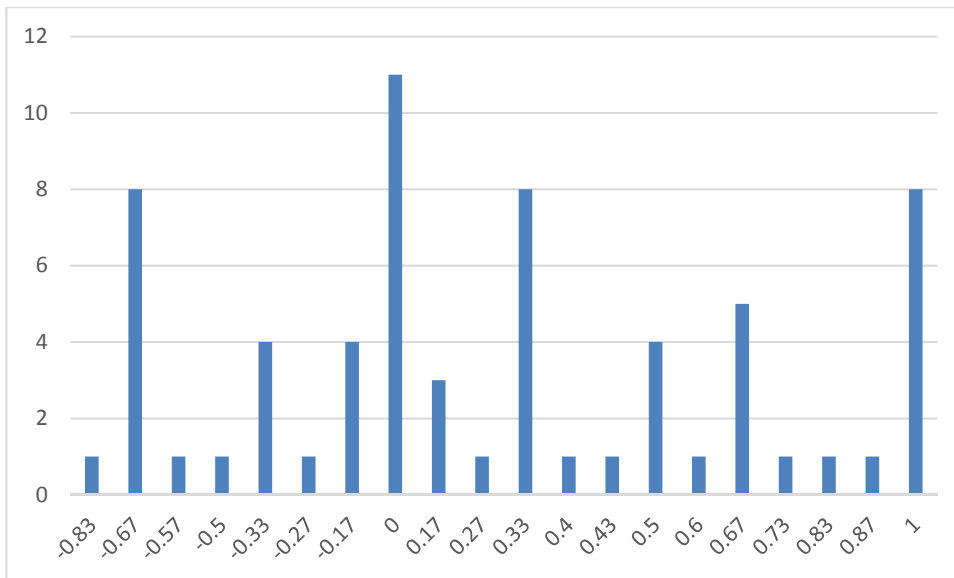
$$X_1 - X_2 + X_3 = 1$$

$$2X_1 - X_2 + 2X_3 = 3$$

考題觀念及困難點: 設有矩陣 A 和 B，若  $AB=BA=I$  成立，那 A 就是 B 的反矩陣

長條圖說明，

- ✚ 小於 0 的人數為 20 人
- ✚ 等於 0 的為 11 人(有 1 人兩次考試皆為考，1 人兩次皆滿分，因此實際人數應為 9 人)
- ✚ 大於 0 則是 35 人(1 人兩次皆滿分，因此實際人數應為 36 人)
- ✚ 結論:進步百分比為 55.4%



### Ch3-3 (行列式的列運算)

題目:

Quiz 2-5 難度★★: Find a sequence of elementary matrices that can be used to write the following matrix in row-echelon form.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Midterm 5 難度★★:

Find a sequence of elementary matrices that can be used to write the following matrix in row-echelon form.

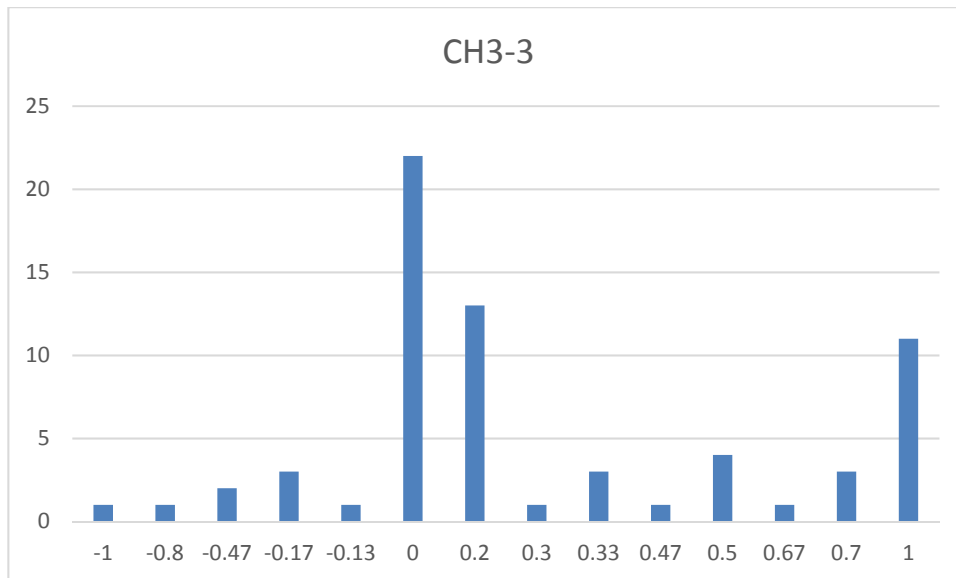
$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

考題觀念及困難點: 同方向的斜對角相乘相加在對另一斜對角相乘相加做相減，比如  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

算法為  $ad - bc$

長條圖說明，

- ✚ 小於 0 的人數為 8 人
- ✚ 等於 0 的為 22 人(有 10 人兩次皆為滿分，因此實際人數應為 12 人)
- ✚ 大於 0 則是 37 人(有 10 人兩次皆為滿分，因此實際人數應為 47 人)
- ✚ 結論:進步百分比為 70.1%



### Ch3-7 (伴隨矩陣找反矩陣)

題目:

Midterm 1 難度★★:

Find the determinant of A, and the cofactor and adjoint matrices of A. Then, use the adjoint matrix to find inverse matrix of A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Final 1 難度★★:

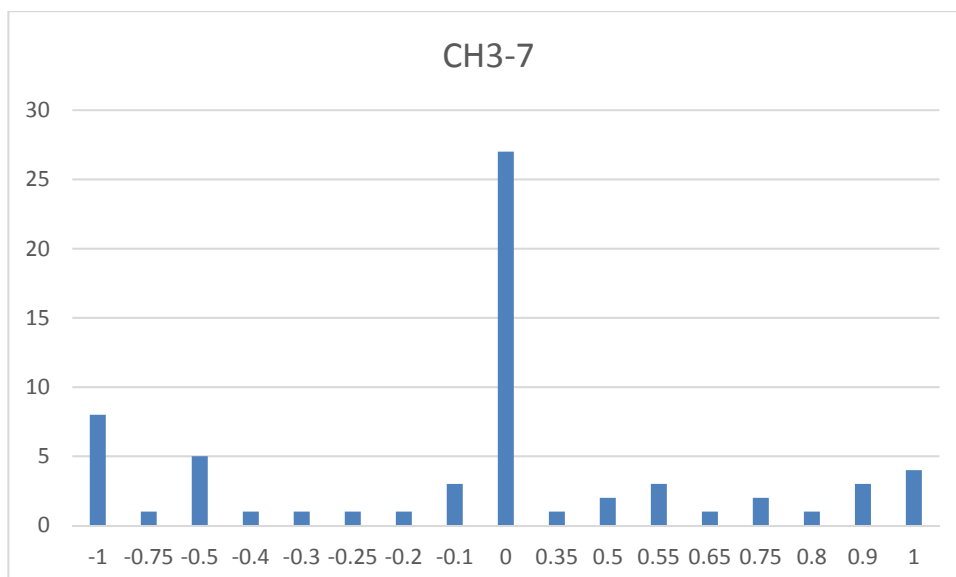
Find the determinant of A, and the cofactor and adjoint matrices of A. Then, use the adjoint matrix to find the inverse matrix of A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

考題觀念及困難點: 首先，需要知道行列式怎麼算，公式為  $A^{-1} = \frac{adj(A)}{|A|}$

長條圖說明，

- ✚ 小於 0 的人數為 21 人
- ✚ 等於 0 的為 27 人(有 15 人兩次皆為滿分，因此實際人數應為 12 人)
- ✚ 大於 0 則是 17 人(有 15 人兩次皆為滿分，因此實際人數應為 29 人)
- ✚ 結論:進步百分比為 46.8%



#### Ch4-1-7 (向量的線性或相依)

題目:

Quiz 3-1 難度★★: Determine whether the set is linearly independent or linearly dependent.

a.  $S = \{ (0,0,0,1), (0,0,1,1), (0,1,1,1), (1,2,1,1) \}$

b.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

Final 3 難度★★:

Determine whether the set is linearly independent or linearly dependent.

a.  $S = \{ (1,0,3), (-2,0,6), (4,0,1), (2,1,2) \}$

b.  $S = \{ (-2,5,1), (4,1,3), (2,6,4) \}$

考題觀念及困難點: 若一純量的解為 0，則為線性獨立，反之為線性相依。要判定此方程為獨立或相依，必須用齊次線性方程式來解。

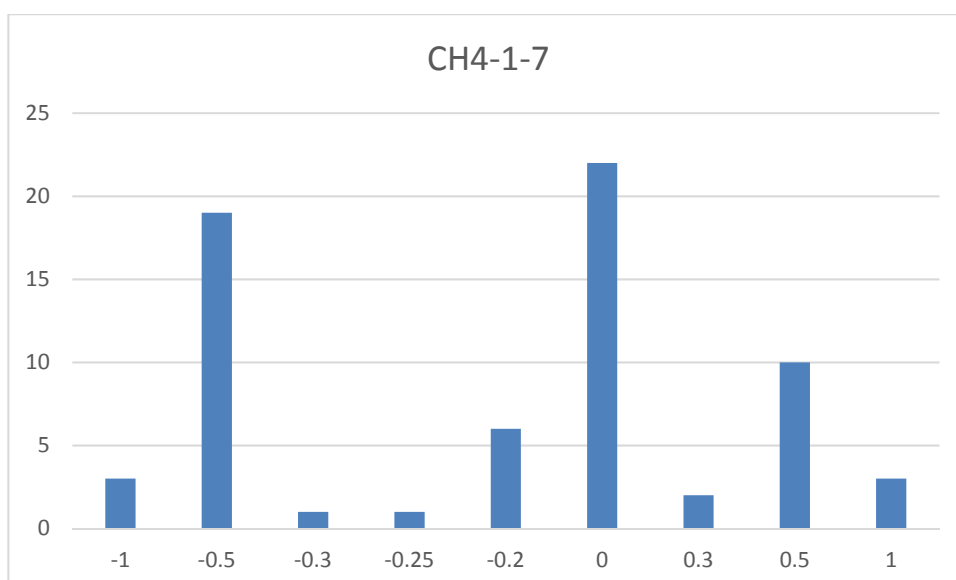
長條圖說明，

✚ 小於 0 的人數為 21 人

✚ 等於 0 的為 27 人(有 15 人兩次皆為滿分，實際人數應為 12)

✚ 大於 0 則是 17 人(有 15 人兩次皆為滿分，實際人數應為 32)

✚ 結論:進步百分比為 49.2%



### Ch6-10(矩陣相似的定義)

題目:

Quiz 4-4 難度★★★:

Let  $B = \{u_1, u_2\}$  and  $B' = \{u'_1, u'_2\}$  be bases for  $R^2$ .

$$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, u'_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, u'_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Find the transition matrix  $P$  from  $B$  to  $B'$
- Find the transition matrix  $P$  from  $B'$  to  $B$
- Find  $[w]_B$  and  $[w]_{B'}$ , with  $w = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$

Final 6 難度★★★:

Let  $B = \{u_1, u_2\}$  and  $B' = \{u'_1, u'_2\}$  be bases for  $R^2$ .

$$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, u'_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, u'_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

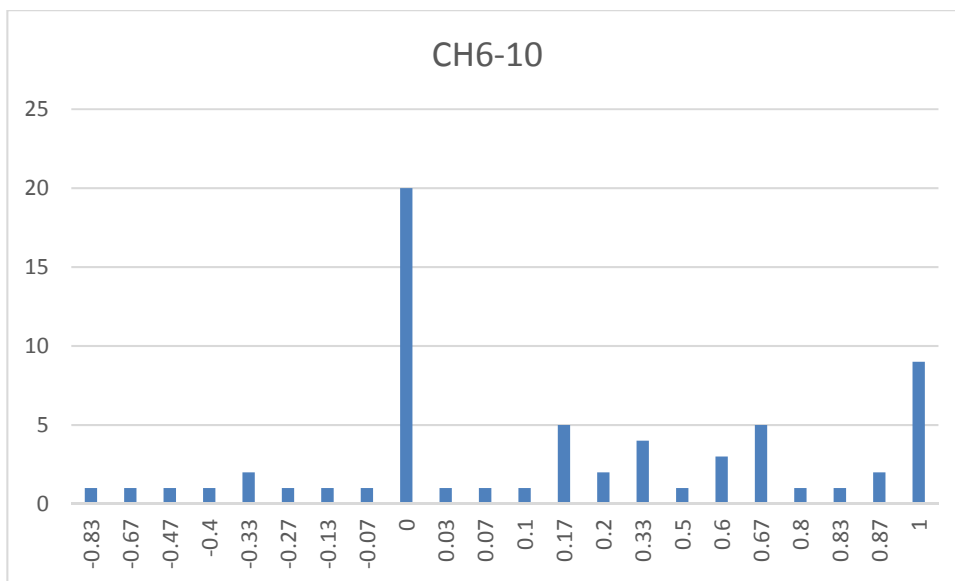
- Find the transition matrix  $P$  from  $B$  to  $B'$
- Find the transition matrix  $p^{-1}$  from  $B'$  to  $B$
- Find  $[w]_B$  and  $[w]_{B'}$ , with  $w = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$

考題觀念及困難點: 須知什麼是秩和 Nullity,  $B'$ 到  $B$  的相似矩陣為  $P$ , 反之為  $P^{-1}$

長條圖說明,

- ✚ 小於 0 的人數為 9
- ✚ 等於 0 的為 20 人(2 人兩次皆滿分, 所以實際值應為 18 人)
- ✚ 大於 0 則是 37 人(2 人兩次皆滿分, 所以實際值應為 39 人)
- ✚ 結論:進步百分比為 59.1%





### Ch1-2 (參數式)

題目:

Quiz 1-2 難度★★:

Find a parametric representation of the solution set of the linear equation.

(a)  $2x + 4y = 6$

(b)  $3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 3$

Midterm 3 難度★★:

Solve the system of linear equations.

$$\begin{aligned} W + x &+ 6z = 0 \\ -3x + y - 3z &= 0 \end{aligned}$$

Final 2 難度★★:

Solve the system of linear equations.

$$\begin{aligned} W + x &+ 2z = 0 \\ -x + y - 3z &= 0 \end{aligned}$$

考題觀念及困難點: 需知如何設參數以解方程式

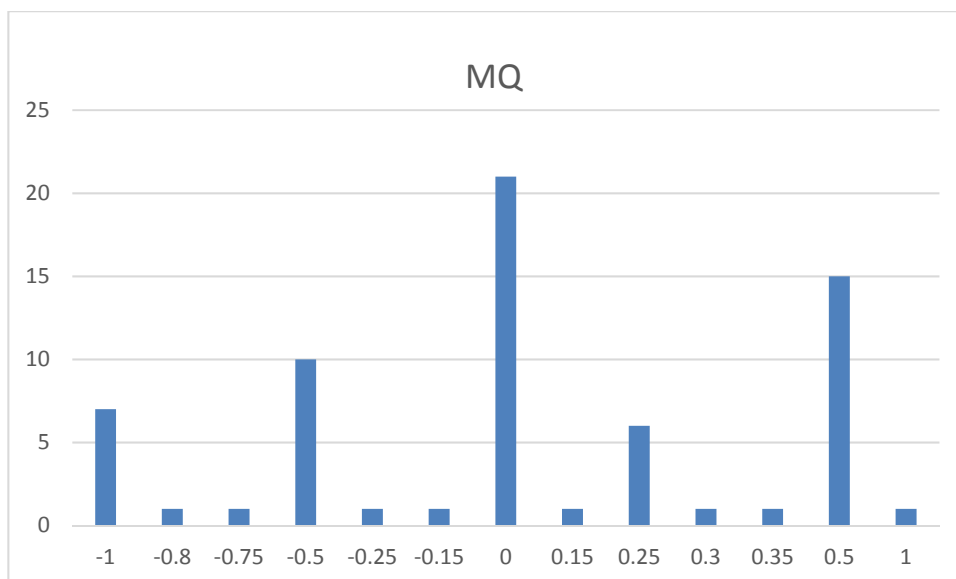
長條圖說明，在期中考到小考時

✚ 小於 0 的人數為 21 人

✚ 等於 0 的為 21 人(10 人兩次皆滿分，所以實際值應為 11 人)

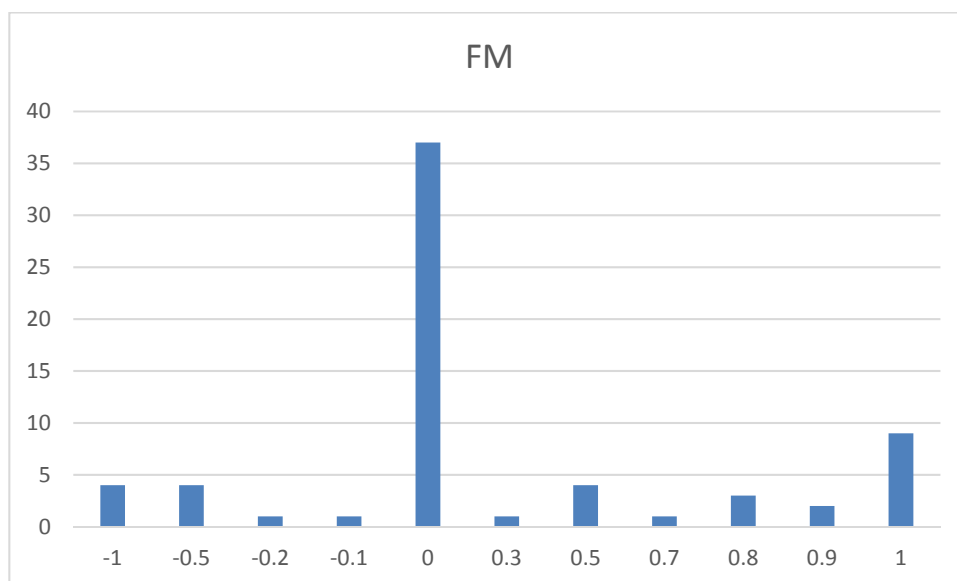
✚ 大於 0 則是 25 人(10 人兩次皆滿分，所以實際值應為 35 人)

✚ 結論:進步百分比為 52.2%



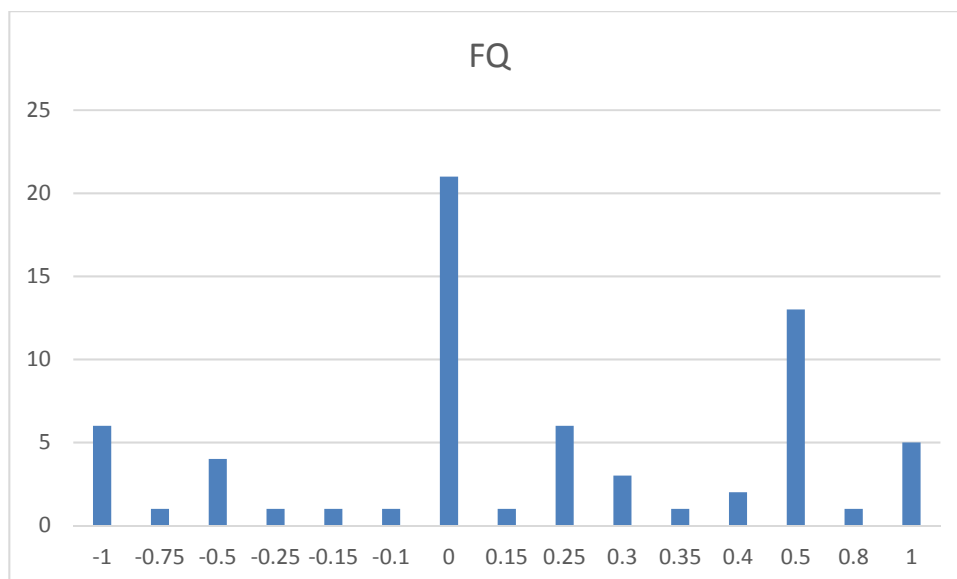
長條圖說明，期末考到期中考時

- ✚ 小於 0 的人數為 10 人
- ✚ 等於 0 的為 37 人(26 人兩次皆滿分，所以實際值應為 11 人)
- ✚ 大於 0 則是 20 人(26 人兩次皆滿分，所以實際值應為 46 人)
- ✚ 結論:進步百分比為 68.7%



長條圖說明，期末考到小考時

- ✚ 小於 0 的人數為 14 人
- ✚ 等於 0 的為 21 人(15 人兩次皆滿分，所以實際值應為 6 人)
- ✚ 大於 0 則是 32 人(15 人兩次皆滿分，所以實際值應為 47 人)
- ✚ 結論:進步百分比為 70.1%



## (2) 教師教學反思

本次教學實踐計畫在設計各種遊戲化媒材，花了大量的能量與心思，在評估遊戲化對於學習效益的增進並不够強烈，我們可以確知，透過遊戲化的學習，增進了學生的學習動機，但因為沒有對照組，因此難以有效說服此課程因遊戲化媒材的介入所造成的差異，日後可以比對同樣程度的班級，用同樣的考試內容但沒有加入遊戲化媒材的教學加以比較，應可以得出客觀的教學效益。

## (3) 學生學習回饋

學生在問卷中，對於遊戲化的媒材普遍能接受，甚至於喜愛。但因問卷數量過於龐大，目前仍須人力加以數位化整理。

## 二. 參考文獻(References)

- [1] Kapp, Karl (2012). *The Gamification of Learning and Instruction: Game-based Methods and Strategies for Training and Education*. Pfeiffer. ISBN 978-1118096345.
- [2] Shatz, Itamar (2015). *Using Gamification and Gaming in Order to Promote Risk Taking in the Language Learning Process* (PDF). MEITAL National Conference. Haifa, Israel: Technion. pp. 227–232. Retrieved 4 August 2016.
- [3] Huang, Wendy Hsin-Yuan; Soman, Dilip (10 December 2013). *A Practitioner's Guide To Gamification Of Education* (PDF) (Report). Research Report Series Behavioural Economics in Action. Rotman School of Management, University of Toronto. Retrieved 14 February 2014.
- [4] Deterding, Sebastian; Dixon, Dan; Khaled, Rilla; Nacke, Lennart (2011). *From game design elements to gamefulness: defining 'gamification'*. 15th International MindTrek Conference. New York: ACM. pp. 9–15. doi:10.1145/2181037.2181040. ISBN 9781450308168. Retrieved 4 August 2016.

- [5] Werbach, Kevin; Hunter, Dan (2012). *For the Win: How Game Thinking Can Revolutionize Your Business*. Philadelphia, PA: Wharton Digital Press. ISBN 978-1613630235.
- [6] Sebastian Deterding; Miguel Sicart; Lennart Nacke; Kenton O'Hara; Dan Dixon. Gamification using game-design elements in non-gaming contexts, CHI '11 Extended Abstracts on Human Factors in Computing Systems, May 07-12, 2011, Vancouver, BC, Canada. [doi: 10.1145/1979742.1979575]
- [7] Werbach, K. (2014). (Re) Defining Gamification: A Process Approach. In *Persuasive Technology* (pp. 266–272). Springer International Publishing.
- [8] Bergmann, J., & Sams, A. (2012). *Flip your classroom: reach every student in every class every day*. Washington, DC: International Society for Technology in Education.
- [9] 李昆翰 (2012). 遊戲化的機制與設計. 國教新知 (pp. 13-21).
- [10] TEDxBozeman. Game design in class. <https://www.youtube.com/watch?v=4qIYGX0H6Ec>
- [11] Jane McGonigal, The idea of using games in education at the 2011 Microsoft Innovative Education Forum. <https://ed.ted.com/on/uk36wtoI#watch>
- [12] Christopher See. Gamification in Higher Education. <https://www.youtube.com/watch?v=d8s3kZz1yQ4>
- [13] Zichermann, Gabe. How Games Make Kids Smarter. TED. Retrieved February 14, 2014.
- [14] Boyd, danah (2014). *It's Complicated: The Social Lives of Networked Teens*. New Haven: Yale UP. Retrieved 4 August 2016.
- [15] Ito, Mizuko; et al. (2012). *Hanging Out, Messing Around, and Geeking Out*.
- [16] Ryan, Richard M.; Deci, Edward L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*. 55: 68–78. doi:10.1037/0003-066x.55.1.68.
- [17] Gee, James Paul (2012). *Video Games: What They Can Teach Us About Audience Engagement (Report)*. The Neiman Foundation for Journalism at Harvard. Retrieved 14 February 2014.
- [18] McGonigal, Jane (2011). *Reality is broken: Why games make us better and how they can change the world*. New York: Penguin Press. ISBN 9780143120612.
- [19] Schultz Colby, Rebecca, Colby, Richard (2008). "A Pedagogy of Play: Integrating Computer Games into the Writing Classroom". *Computers & Composition*. 25 (3): 300–312. doi:10.1016/j.compcom.2008.04.005.
- [20] Rieber, Lloyd P. (1996). "Seriously Considering Play: Designing Interactive Learning Environments Based on the Blending of Microworlds, Simulations, and Games". *Educational Technology Research and Development*. 44 (2): 43–58. doi:10.1007/bf02300540.
- [21] Mouaheb, Houda; Fahli, Ahmed; Moussetad, Mohammed; Eljamali, Said (2012). "The Serious Game: What Educational Benefits?". *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 46: 5502–5508. doi:10.1016/j.sbspro.2012.06.465. Retrieved 4 August 2016.
- [22] Pierson, George (1976). *C. Undergraduate Studies: Yale College. A Yale Book of Numbers. Historical Statistics of the College and University 1701*. Yale Office of Institutional Research. p. 310.
- [23] Kirk, Terry; Harris, Christopher (2011). "It's all fun and games in the library" (PDF). *Knowledge Quest*. 40 (1): 8–9. Retrieved 4 August 2016.
- [24] Rughiniş, Răzvan (2013). Gamification for productive interaction: Reading and working with the gamification debate in education. Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI). Lisboa: IEEE. ISSN 2166-0727.
- [25] Li, Cen; Dong, Zhijiang; Untch, Roland H.; Chasteen, Michael (2013). "Engaging computer science students through gamification in an online social network based collaborative learning environment". *International Journal of Information and Education Technology*. 3 (1): 72–n/a. doi:10.7763/ijiet.2013.v3.237.
- [26] CLASSCRAFT website: <https://www.classcraft.com/zh/>.

### 三. 附件(Appendix)

與本研究計畫相關之研究成果資料，可補充於附件，如學生評量工具、訪談問題等等。

以下截錄特色教材部分內容，因正在著手教科書的撰寫，恕不公開詳細內容。



• **Question 3.1: (Expansion by cofactors)**  
 Let  $A$  is a square matrix of order  $n$ .  
 Every bomber is not harmed by its bomb, but is harmed by other's bomb

Question: How to let all  $n$  bombers die all at once?

Elementary Linear Algebra: Section 3.1, p.107 12/64

• **Linear Independent (L.I.) and Linear Dependent (L.D.):**  
 $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  : a set of vectors in a vector space  $V$   
 $c_1v_1 + c_2v_2 + \dots + c_nv_n = \mathbf{0}$

(1) If the equation has only the trivial solution ( $c_1 = c_2 = \dots = c_n = 0$ ) then  $S$  is called linearly independent.  
 (2) If the equation has a nontrivial solution (i.e., not all zeros), then  $S$  is called linearly dependent.

HOMO姬仙子:  
 我要代替線性還罰你~  
 如果獨立, 還罰為零  
 如果依賴, 還罰無限

Elementary Linear Algebra: Section 4.4, p.173 53/123

**4.5 Basis and Dimension**

• **Basis:**  
 $V$  : a vector space  
 $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \subseteq V$

Generating Sets      Bases      Linearly Independent Sets

$\begin{cases} (a) S \text{ spans } V \text{ (i.e., } \text{span}(S) = V) \\ (b) S \text{ is linearly independent} \end{cases}$

$\Rightarrow S$  is called a basis for  $V$

• **Notes:**  
 (1)  $\emptyset$  is a basis for  $\{0\}$   
 (2) the standard basis for  $\mathbb{R}^3$ :  
 $\{i, j, k\}$      $i = (1, 0, 0)$ ,  $j = (0, 1, 0)$ ,  
 $k = (0, 0, 1)$

Elementary Linear Algebra: Section 4.5, p.180 64/123

**特真好棒棒!**

**Eigenvalue problem**

(1) Eigenvalue  
 $Ax = \lambda x$   
 Eigenvector

(2)  $(\lambda I - A)x = 0$   
 the nonzero solutions

(3)  $(\lambda I - A)x = 0$   
 Solve it!

$\det(\lambda I - A) = 0$   
 $\lambda$  GET!

Eigenvector GET!

Elementary Linear Algebra: Section 4.6, p.190 12/62